ATRIO

Wilson Pérez Oviedo

De Newton a Nash:

la influencia de la física y la matemática en la economía

FLACSO Ecuador

De Newton a Nash: la influencia de la física y la matemática en la economía

Wilson Pérez Oviedo

SciELO Books / SciELO Livros / SciELO Libros

PÉREZ OVIEDO, W. *De Newton a Nash:* la influencia de la física y la matemática en la economía [online]. Quito: Editorial FLACSO Ecuador, 2023, 210 p. Atrio series. ISBN: 978-9978-67-666-0. Available from: https://books.scielo.org/id/djmb3. https://doi.org/10.46546/2023-49atrio.

All the contents of this work, except where otherwise noted, is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International license.

Todo o conteúdo deste trabalho, exceto quando houver ressalva, é publicado sob a licença Creative Commons Atribição 4.0.

Todo el contenido de esta obra, excepto donde se indique lo contrario, está bajo licencia de la licencia Creative Commons Reconocimento 4.0.

Wilson Pérez Oviedo

De Newton a Nash: la influencia de la física y la matemática en la economía

Editorial FLACSO Ecuador

© 2023 FLACSO Ecuador
Impreso en Ecuador, diciembre de 2023

Cuidado de la edición: Editorial FLACSO Ecuador

ISBN: 978-9978-67-664-6 (impreso)
ISBN: 978-9978-67-666-0 (pdf)
https://doi.org/10.46546/2023-49atrio

FLACSO Ecuador
La Pradera E7-174 y Diego de Almagro, Quito-Ecuador
Telf.: (593-2) 294 6800 Fax: (593-2) 294 6803
www.flacso.edu.ec

Pérez Oviedo, Wilson

De Newton a Nash : la influencia de la física y la matemática en la economía / Wilson Pérez Oviedo. Quito, Ecuador : FLACSO Ecuador, 2023

ix, 203 páginas : ilustraciones, figuras, tablas. – (Serie ATRIO)

Bibliografía: p. 186-203

ISBN: 9789978676646 (impreso)
ISBN: 9789978676660 (PDF)
https://doi.org/10.46546/2023-49atrio

TEORÍA ECONÓMICA ; SISTEMA ECONÓMICO ; ECONOMÍA ; CIENCIAS SOCIALES ; MATEMÁTICAS ; FÍSICA

330.1 - CDD

En la serie Atrio se publican obras arbitradas.

A Hugo y Margarita
A Diego e Isabel

Índice de contenidos

Agradecimientos IX

Introducción 1

Capítulo 1
Tras las huellas de la física: avances y limitaciones 4
El nacimiento de la teoría de la elección social 5
Las ciencias físicas como ejemplo de las ciencias morales 17

Capítulo 2
La influencia de la física en las ciencias sociales 20
El deslumbrante avance de la física 21
Desde la física hacia la economía 24
La computadora analógica de Irving Fisher 27
Optimización dinámica: optimizar para encontrar la perfección 35
El modelo de Ramsey 38
Los descendientes del modelo de Ramsey 43

Capítulo 3
Interpretaciones erradas de la física y la matemática
en la economía, y la mirada de los físicos 47
Sistemas conservativos-disipativos y reversibilidad del tiempo 47
Ergodicidad 52
Físicos opinan sobre la economía 64

Capítulo 4
De Hilbert a Bourbaki y al teorema de Mantel-Debreu-Sonnenschein 69
La crisis fundacional en la matemática y la teoría económica 71
El programa de Hilbert y Gödel 74
Bourbaki y Debreu 76
El equilibrio general y la mano invisible. 79
El primer teorema del bienestar 82
Múltiples equilibrios 87
La utilidad de los equilibrios múltiples 95
Riesgo y bienes contingentes 101
De Arrow-Debreu a Radner. 106
Las decisiones colectivas: el teorema de imposibilidad 112

Capítulo 5
Crítica a los principales supuestos del modelo neoclásico 117
Preferencias endógenas 118
Agente representativo 122
La función de producción agregada y la controversia de Cambridge 126
Aprendizaje y expectativas racionales 132

Capítulo 6
Indeterminación de los modelos neoclásicos 143
Múltiples equilibrios en la teoría de juegos 143
Las manchas solares 152
Las profecías autocumplidas 159
Preferencias, información, creencias y decisiones sociales 164

Reflexiones finales 180

Referencias 186

Ilustraciones

Figuras

Figura 2.1. La utilidad marginal de Fisher 30
Figura 2.2. El equilibrio hidráulico de Fisher 32
Figura 2.3. El equilibrio de Ramsey 41
Figura 3.1. Un proceso markoviano 59
Figura 4.1. Muchos equilibrios 89
Figura 4.2. Un continuo de equilibrios 91
Figura 4.3. Externalidades y múltiples equilibrios 99
Figura 5.1 Decisiones en procesos binarios 129
Figura 6.1. Equilibrios múltiples en generaciones traslapadas 157

Tablas

Tabla 2.1. La mecánica y la economía. 34
Tabla 4.1. La paradoja de Allais 103
Tabla 6.1. Ejemplo de equilibrios correlacionados 148

Agradecimientos

A Paula Auerbach, por su apoyo de siempre.
A Diego Mancheno, por haber soportado la primera versión de este libro.

Introducción

Nuestro objetivo es aportar al entendimiento de la evolución y las limitaciones de la corriente principal de la economía –con la escuela neoclásica como su núcleo– y la sucesiva adición de perspectivas parcialmente heterodoxas dentro de un mismo lenguaje técnico y de una misma aproximación metodológica. Analizaremos cómo se aborda en la corriente principal uno de los temas fundamentales en el estudio de la sociedad humana: la complementariedad y sinergia, así como la contradicción y el antagonismo, entre la acción y decisión individuales y la acción y los diferentes procesos de decisión colectiva. Para esta corriente, la física (*la ciencia* por antonomasia) constituye claramente un ejemplo por seguir, por lo que en la corriente se utiliza perspectivas y herramientas desarrolladas en la física y se tiene por el objetivo explícito de usar la matemática como el lenguaje apropiado para entender la economía. Mediante el análisis de la influencia de la física y del uso del lenguaje matemático en la corriente principal, tratamos de establecer las potencialidades y limitaciones que esta relación impuso al desarrollo de la teoría económica.

Las diferentes formas de organización social que la humanidad ha ensayado o que se han propuesto desde lo teórico han asignado distintos ámbitos de acción al individuo y al colectivo. En un extremo podemos situar la cesión completa de su derecho individual a una autoridad soberana a cambio de protección y seguridad que le permita evitar –en palabras de Hobbes ([1651] 2008, 78)– una vida "solitaria, pobre, desagradable y

corta". En el otro extremo, podemos ubicar a Robert Nozick (1974), quien defiende los derechos individuales, el respeto al libre intercambio voluntario entre adultos y la limitación del Estado a un estrecho papel de protector contra el uso de la fuerza, el robo y el fraude.

No nos proponemos analizar en toda su extensión el pensamiento humano sobre el papel del individuo en las diversas formas de organización social. El objetivo es examinar el desarrollo de la teoría económica de la corriente principal en cuanto a cómo aborda la relación individuo-sociedad. Dicho análisis nos permitirá entender las potencialidades y limitaciones esenciales de esta teoría económica, delimitar las principales preguntas a las cuales no ha logrado dar respuesta y trazar lineamientos para futuras rutas de conexión con las ciencias sociales. Para ello, analizamos dos líneas de estudio: 1) la de las interacciones de mercado, que culmina en la definición de las condiciones para la existencia del equilibrio general, la cual tiene su cúspide en el primer teorema del bienestar, y 2) la del estudio de la definición y el análisis de la *voluntad colectiva* y las propuestas para su cálculo, que encuentra su cima en el teorema de imposibilidad de Arrow (1950).

Argumentamos que la matematización de la economía la potenció como disciplina y, a la vez, mostró los límites de la teoría de la corriente principal. El uso del lenguaje riguroso de las matemáticas permitió desvelar supuestos implícitos, asegurar la consistencia de las teorías y, sobre todo, encontrar su alcance y sus límites. En este sentido, analizaremos las consecuencias de otro teorema que marca un quiebre teórico fundamental: el de Mantel-Debreu-Sonnenschein (en adelante teorema de MDS [Mantel 1974; Sonnenschein 1973]). Para muchos, este teorema representa una lápida sobre los esfuerzos de la corriente principal por construir una teoría relevante basada en supuestos generales sobre las preferencias de los agentes, la tecnología de las empresas y la interacción de todos estos en mercados competitivos dentro de un modelo de equilibrio general. Sin embargo, se argumenta que la utilidad del enfoque del equilibrio general sobrevive en sus aplicaciones empíricas restringidas a economías concretas en tiempos específicos. Pero no es la principal consecuencia de este teorema. La multiplicidad de equilibrios que evidencia en los modelos de equilibrio general también aparece en la teoría de juegos y, al inicio, también se la

consideró una maldición de la que había que deshacerse con los llamados refinamientos de los equilibrios de Nash (en adelante EN). Posteriormente, se apreció el potencial de estas multiplicidades para analizar trampas de subdesarrollo, problemas de coordinación y, mucho más importante, para mostrar la necesidad de establecer puentes entre la economía y otras ciencias sociales.

Esta última propuesta es la que exploraremos en este libro. La presencia de equilibrios múltiples en los modelos macroeconómicos basados en el equilibrio general y en los juegos de interacción estratégica requiere incluir las expectativas de los agentes en el modelo, no solo como un requisito para que consumidores y productores puedan tomar sus decisiones, sino también para que sus expectativas marquen la dinámica futura de la economía convirtiéndolas en profecías autocumplidas. Dicho de otro modo, argumentamos que el desarrollo teórico riguroso de la corriente principal muestra la necesidad de incluir en sus modelos macro una característica que es única e inmanente a los sistemas sociales humanos: que dentro de los límites que impone la consistencia macroeconómica y de compatibilidad de incentivos, y ante la multiplicidad de senderos que se bifurcan en el futuro, lo que los humanos creen se hace realidad.

Capítulo 1
Tras las huellas de la física: avances y limitaciones

Los científicos de la Ilustración del siglo XVIII que, como parte de su compromiso social e incluso revolucionario, buscaban aplicar sus conocimientos matemáticos a problemas sociales son los primeros personajes de nuestra historia. Fue una búsqueda que pronto se enfrentó con paradojas y que solo a partir de mediados del siglo XX ofreció un panorama más completo por medio del teorema de imposibilidad de Arrow. Sin embargo, este camino –como se descubrió hace no más de veinte años– se empezó a andar en el siglo XIII, de la mano del sabio catalán Ramón Lull (1299).

Concretamente, durante el proceso de la Revolución francesa, científicos de talla que habían hecho contribuciones fundamentales al desarrollo del incipiente cálculo, o avances prácticos en el área de la navegación, buscaban formas de tomar decisiones colectivas basándose en la razón y en los criterios de los individuos. En este capítulo explicamos cómo este camino llevó a un concepto más general, el de bienestar social o colectivo, y a procedimientos de evaluación de los efectos de tal o cual acción en ese nivel de bienestar. Nuestro objetivo no es ofrecer un panorama exhaustivo de este tema, sino seguirle la pista dentro de la teoría económica, lo que nos llevará al concepto de comparabilidad de las preferencias de los individuos, a la optimalidad de Pareto y al primer teorema del bienestar.

En ese contexto, varios científicos postularon a la física como modelo por seguir para las llamadas ciencias morales, propuesta que más adelante influyó profundamente en la trayectoria de la economía como disciplina.

El concepto de equilibrio de mercados fue tomado de la física estática por un ingeniero. La preocupación académica de físicos y matemáticos por la braquistócrona[1] se convirtió en la optimización intertemporal de los y las economistas. Cada herramienta potenció a la economía como disciplina, pero, a la vez, condicionó la mirada de los economistas sobre su objeto de estudio.

El nacimiento de la teoría de la elección social

Si los revolucionarios franceses del siglo XVIII buscaban abolir el *Ancien Régime*, debían proponer una nueva forma de organización de la vida social que incluía un proceso de toma de las decisiones que afectaría a la colectividad. Dicha organización ya no estaría en manos de un poder absoluto que gobernara por derecho e inspiración divinos. De este modo, y tal como lo afirma Sen (2017, 269), "aunque la democracia tiene una larga historia en varias formas, el surgimiento de los sistemas democráticos modernos se relaciona estrechamente con las ideas y los acontecimientos que rodearon a la Ilustración europea". Tomando este periodo como el punto de partida de nuestro análisis, con la salvedad histórica que señalaremos más adelante, debemos resaltar que estas propuestas teóricas se basan en el compromiso fundamental de sustentar las decisiones colectivas en los criterios individuales ("tomando nota de las preferencias de cada uno" [269]), lo cual marcó el desarrollo de la teoría de la elección social hasta nuestros días.

Jean-Jacques Rousseau (1712-1778) ya había reflexionado sobre el tema en *El contrato social* ([1762] 2004). El autor destaca la importancia de que quienes integran una comunidad tengan intereses compartidos,[2] a

[1] Braquistócrona viene de *brachistos*, que quiere decir 'el más corto', y de *chronos*, que significa 'tiempo'. Si un objeto, sujeto tan solo a la aceleración gravitatoria, se mueve de un punto a otro, la curva que menos tiempo le tomaría recorrer se conoce como braquistócrona.

[2] La influencia que la heterogeneidad (cultural, lingüística o genética) puede tener en el éxito o fracaso de una sociedad es un tema recurrente entre los economistas. Galor (2022) encuentra que hay un punto óptimo de diversidad debajo del cual languidece el intercambio de ideas y la creatividad, y sobre el cual prevalece el conflicto. En línea similar, Alesina y La Ferrara (2005) testean un modelo en el cual la provisión de bienes públicos es superior en sociedades homogéneas, mientras la productividad es creciente en la diversidad.

la vez que expresa sus dudas sobre si la deliberación democrática llevaría siempre hacia el bien general. Como podemos observar en la discusión que sigue, su definición del bien general es estadística, por lo que deberíamos considerar a Rousseau un ancestro legítimo del teorema del votante medio.

> Frecuentemente surge una gran diferencia entre la voluntad de todos y la voluntad general: esta solo atiende al interés común, aquella al interés privado, siendo en resumen una suma de las voluntades particulares; pero suprimid de estas mismas voluntades las más y las menos que se destruyen entre sí, y quedará por suma de las diferencias la voluntad general (Rousseau [1762] 2004, 76).

Condorcet y Borda: científicamente revolucionarios

Planteado el problema y esbozada la metodología de resolución, el marqués Nicolás de Condorcet (1743-1794) y el caballero Jean-Charles de Borda (1733-1799), otras dos figuras de la Ilustración francesa de finales del siglo XVIII, abordaron el tema con sus instrumentos matemáticos. Ambos fueron conocedores y formaron parte de los avances científicos de la época. Borda, por ejemplo, como ingeniero naval, diseñó varios métodos para calcular posiciones geográficas, mientras que Condorcet muy pronto fue reconocido como un matemático brillante que hizo contribuciones importantes al cálculo integral (Baker 1975, 6).

Asimismo, fueron parte de los procesos revolucionarios de la época. Borda participó en la guerra de Independencia de los Estados Unidos y Condorcet –fervoroso creyente de la igualdad– jugó un papel importante en la Revolución francesa y perdió la vida en este proceso político. Si bien la palabra *igualdad* fue una consigna fundamental de las demandas sociales que culminaron en el estallido de la Revolución, además de ser parte del lema de este hecho histórico, quienes plantearon los nuevos esquemas impositivos y de propiedad no se ocuparon mucho en sustentarla. Como resultado, la desigualdad en la distribución de la propiedad en Francia a inicios del siglo XX era mayor que la que existía antes del proceso revolucionario (Piketty 2020). Contra el carácter regresivo del esquema

tributario posterior a la Revolución, Condorcet propuso un impuesto progresivo sobre el valor de la renta de la vivienda principal de cada ciudadano hasta un máximo del 50 %. La propuesta nunca fue aceptada.

Condorcet se propuso buscar el bien común a través de las votaciones. El autor no las entendía como una expresión de poder de la mayoría, sino como un proceso colectivo de búsqueda de la verdad en el cual las decisiones alcanzadas sean una expresión de la razón.

> El propósito de su obra [de Condorcet, n.d.a.] "Ensayo sobre la aplicación del análisis de la probabilidad de decisiones tomadas a la pluralidad de voces" era responder el siguiente problema: ¿en qué condiciones la probabilidad de que la decisión mayoritaria de una asamblea o tribunal sea verdad es lo suficientemente alta como para justificar la obligación del resto de la sociedad de aceptar tal decisión? (Baker 1975, 232).

Condorcet hizo varias contribuciones excepcionales, empezando, en primer lugar, por la búsqueda de un mecanismo de toma de decisiones colectivas en el cual se entienda el problema como un cálculo de probabilidades. En segundo lugar, se trata sin duda de una de las aplicaciones más tempranas de la matemática a la ciencia política, en lo que ahora se conoce como *teorema del jurado*. Consideremos una votación entre $2n+1$ individuos para decidir entre dos opciones, de las cuales solamente una de ellas es correcta. Sea p la probabilidad de que un individuo vote por la opción correcta. El teorema establece que si $p>1/2$, mientras mayor sea n, mayor es la probabilidad de que el resultado de la votación sea correcto, y lo contrario si $p<1/2$. La prueba del teorema, que vale considerar a la vez como una forma de entender mejor su significado, se muestra a continuación.

Hemos de considerar que tenemos inicialmente $2n+1$ votantes, de los cuales k votan correctamente; ahora, añadiendo dos votantes adicionales, obtenemos uno de los siguientes resultados:

- k es de tal magnitud que los dos votos adicionales, sean cuales sean, no cambian el resultado. Este sería el caso si $k>n+1$ y el resultado de la

votación permanece correcto o, al contrario, si $k<n$ y el resultado de la votación se mantiene incorrecto.
- $n-1<k<n+2$, pero cada votante elige diferente, anulándose, por lo que no cambia el resultado.
- $k=n$ (o, $k=n+1$), pero los dos votantes escogen a favor (en contra), por lo que cambia la resolución.

Este último caso es el que nos interesa porque en la situación inicial ($2n+1$ votantes) un votante hace la diferencia. Si añadimos dos votantes, la probabilidad de que la resolución cambie de correcta a incorrecta es $p^n(1-p)(1-p)$, y la probabilidad de que la resolución cambie de incorrecta a correcta es $(1-p)^npp$. Ahora, $p^n(1-p)(1-p)>(1-p)^npp$ si y solo si $p>1/2$.

Uno de los supuestos de este teorema es que todos los individuos tienen la misma probabilidad de votar de forma correcta. Obviamente, esto no siempre es así; si hay heterogeneidad en esta probabilidad, se requiere que, en promedio, la probabilidad de una decisión correcta sea mayor a un medio para que el resultado del teorema se mantenga (Grofman, Owen y Feld 1983). Un supuesto más fuerte es que las decisiones de los votantes sean independientes. El estudio de las redes sociales, virtuales y no virtuales, ha permitido establecer que las opiniones y juicios de los individuos son objeto de *contagio* cuya posibilidad y velocidad depende crucialmente de la estructura de la red. En esta área, la correlación entre los valores p del teorema de Condorcet ha sido estudiada, pero la relación entre las decisiones colectivas por votación mayoritaria y la estructura de las redes sociales está aún por explorarse. De cierta forma, la propuesta de Condorcet e incluso estos desarrollos recientes continúan concibiendo a la sociedad como un conjunto de individuos que, por algún motivo, deben tomar una decisión conjunta, es decir, como un grupo de partículas homogéneas o no, pero de interacción limitada o, al menos, cuya interacción queda fuera del ámbito del análisis limitado a la votación. Como argumentamos más adelante, la teoría de redes podría ser una forma de dotar de estructura a estos conjuntos, modelando la forma, magnitud y sentido de la interacción.

Una complicación adicional es que no siempre se trata de elegir una de dos opciones, sino de escoger una entre varias, o incluso de ordenar

más de dos alternativas. Para lograrlo, este autor propuso lo que ahora se conoce como la regla de la mayoría por pares, donde la opción que obtenga la mayoría de votos frente a cada una de las otras alternativas es declarada como la mejor (ganador de Condorcet). Es fácil ver que si tal opción existe, es única. El problema es que no necesariamente existe, tal como el mismo filósofo lo expresó en la célebre paradoja que lleva su nombre, en la cual plantea lo siguiente: supongamos que tenemos tres individuos {1,2,3} y tres opciones {a,b,c}, donde las preferencias se presentan como $a \succcurlyeq_1 b \succcurlyeq_1 c$, $b \succcurlyeq_2 c \succcurlyeq_2 a$, $c \succcurlyeq_3 a \succcurlyeq_3 b$. Es claro que, por votación mayoritaria, cada una de las opciones vence a las otras dos, haciendo imposible un ordenamiento e impidiendo la existencia de un ganador de Condorcet.

Muchos métodos de elección han sido diseñados para solventar esta y otras dificultades. Uno de los más populares fue propuesto por Borda, el cual explicamos a continuación.

Si tomamos las preferencias (ordinales solamente) de un elector y ordenamos las m opciones de acuerdo con esas preferencias, y si no existe indiferencia entre dos alternativas, le asignamos un valor m a la más preferida, un valor $m-1$ a la siguiente y, así, continuamos descendiendo en el *ranking* hasta asignar 1 a la menos preferida. Si hay indiferencia entre dos alternativas, asignamos un promedio de los puntajes que las alternativas en empate habrían obtenido de haber sido ordenadas arbitrariamente entre ellas. Sumamos los puntajes asignados de esta manera por cada uno de los electores para cada opción y el ganador será el que mayor puntaje obtenga. Entonces, si cada elector $i = 1,2, \ldots,n$ evalúa a cada uno de los candidatos $j = 1,2, \ldots,m$ con p_{ij} puntos enteros, el mejor candidato alcanza m puntos, el puntaje del candidato j es $p_j = \sum_{i=1}^{n} p_{ij}$. El ordenamiento de las opciones se hace según este puntaje.

En 1795, Pierre-Simon Laplace (1749-1827), brillante matemático, pero carente de la vocación revolucionaria de los otros dos autores, propuso utilizar números reales para las valoraciones de las alternativas en lugar de números enteros. De este modo, cada individuo puede valorar a cada candidato (o alternativa) con un número real $u_{ij} \in [0,m]$; nuevamente, $u_j = \sum_{i=1}^{n} u_{ij}$ (Laplace 1951). Tangian (2000) demostró que bajo los supuestos que propuso Laplace, de que las valoraciones individuales

son estadísticamente independientes entre sí y que para cada individuo las valoraciones u_{ij} están distribuidas uniformemente en el intervalo [0, m], el método de Borda converge con el de Laplace cuando el número de electores tiende al infinito.

Estos dos últimos métodos no solo que permiten obtener siempre un ganador, aunque puede existir empates, sino que dan como resultado un ordenamiento de todas las opciones. Sin embargo, ambos métodos fallan en el requerimiento de lo que se conoce como la *indiferencia a las opciones irrelevantes*. Esto significa que si, por ejemplo, se debe elegir entre varios candidatos a la presidencia de un país, los resultados podrían cambiar dependiendo de si se incluyen o no a algunos candidatos que no tienen ninguna posibilidad de ganar, pero cuya presencia introduce cambios en los valores que asigna cada elector y, por tanto, en los puntajes totales que obtiene cada candidato.

Ambos procedimientos suman las valoraciones individuales para obtener el resultado socialmente preferido, por lo que asumen que estas son comparables entre individuos. El economista británico Lionel Robbins (1932) argumentó sólidamente en contra de la comparabilidad de valores asignados a diversas opciones por cada individuo; más aún, la formulación matemática del concepto de utilidad deja en claro que los ordenamientos que los individuos pueden hacer de diferentes opciones siempre tienen validez ordinal, nunca cardinal. Amartya Sen (2017), sin embargo, puso sobre la mesa de discusión la necesidad de incluir criterios de comparabilidad que superen la utilidad individual.

Ciertamente, el método de mayoría por pares de Condorcet no sufre de ninguno de estos dos últimos problemas: no requiere comparar entre las preferencias de los individuos y es inmune a incluir opciones irrelevantes, que serían vencidas por el hipotético ganador de Condorcet, por lo que vale echar una segunda mirada a este método. La pregunta es la siguiente: ¿qué tan probable es que se presente la paradoja de Condorcet? Gehrlein (2002) abordó esta pregunta para el caso de tres candidatos bajo el supuesto de que los diferentes ordenamientos en las preferencias sobre las opciones son igualmente probables, lo que hace más posible el aparecimiento de la paradoja. Su conclusión fue inequívoca: "si nos preguntamos si deben esperarse de forma rutinaria la presencia de ciclos (paradoja de Condorcet, n.d.a) al aplicar la

regla de mayoría por pares en las elecciones de tres candidatos, la respuesta es claramente 'No'". Usando un enfoque más general, y basándose en una amplia revisión de la literatura, Van Deemen (2014) fue más cauto cuando dijo que "la conclusión general es que la relevancia empírica de la paradoja de Condorcet no está aún resuelta". De su análisis destacamos lo siguiente:

1. Van Deemen resume los esfuerzos de varios colegas para calcular las probabilidades de la paradoja cuando la probabilidad de ocurrencia de los órdenes de preferencias es uniforme. En ese caso, para tres alternativas aquella probabilidad es creciente en el número de electores hasta alcanzar un límite de casi el 9 %. Sin embargo, si el número de opciones sube a 5, este límite llega al 25 %, y al 51 %, si el número de opciones asciende a 11. Puesto que en la realidad los ordenamientos de las preferencias no tienen distribución uniforme, estas probabilidades de que aparezca un ciclo serían cotas superiores.
2. Finalmente, Van Deemen (2014) reporta que en estudios hechos sobre elecciones reales, de un total de 265 elecciones, 25 (9,4 %) de ellas muestran la presencia del ciclo de preferencias colectivas. No obstante, estos reportes no son producto de una evaluación sistemática de la presencia empírica de la paradoja; de hecho, puede ser que haya sobrerrepresentación de la paradoja de Condorcet, pues es más probable que se reporte su presencia que su ausencia.
3. Existen ciertos tipos de preferencias que nunca darán como resultado un ciclo en las preferencias colectivas, por ejemplo, las preferencias de un solo pico o unimodales. Estas se refieren a opciones que pueden ser colocadas en una sola dimensión (digamos, una línea recta) y en las cuales para cada individuo existe un (único) punto máximo de su preferencia que disminuye a medida que las opciones se alejan de ese punto máximo. El teorema del votante medio nos dice que la opción ganadora será la que se sitúe en la mediana de los picos de preferencia individuales. Este teorema se expresa formalmente así: sea el conjunto de opciones $X = \mathbb{R}$, para un conjunto impar de individuos $\{i: 1,2,3, \ldots, 2n + 1\}$ con n, un número natural. Las preferencias del elector i tienen un solo pico si $\exists\, \hat{x}_i \in \mathbb{R} \,/\, \hat{x}_i \succcurlyeq x, \forall x \in X$ y además

si $x < y < \hat{x}_i \rightarrow x \prec y$, y si $x > y > \hat{x}_i \rightarrow y \succ x$. Supongamos que todo individuo tiene un pico y que todos los picos son distintos. Se puede ver que la mediana $\hat{x}_M$ / # (i: $\hat{x}_i < \hat{x}_M$) = # (i: $\hat{x}_i > \hat{x}_M$) es la ganadora de Condorcet, pues vencerá a cualquier otra opción en votación mayoritaria por pares. Para ver esto, notemos que cualquier opción z a la izquierda de la mediana, $\hat{x}_M > z$, no tendría el voto del elector M, ni de los que están situados a su derecha, por lo que no puede vencer a $\hat{x}_M$. Y viceversa para una opción situada a la derecha de la mediana.

Van Deemen (2014) ha citado trabajos que demuestran que es suficiente una fracción de electores con picos únicos en sus preferencias para reducir significativamente la probabilidad de ocurrencia de la paradoja. Versiones más complejas de este teorema se pueden aplicar a espacios de decisión de más de una dimensión, siempre y cuando exista un punto multidimensional que sea mediana en cada una de las dimensiones; tampoco en estos casos aparecerían los ciclos en las preferencias colectivas.

En todo caso, la discusión sigue girando en torno a la toma de decisiones colectivas por un conjunto de individuos con derecho a voto, donde el voto de cada uno tiene el mismo valor. El historiador Yuval Harari (2011), no obstante, afirma que el concepto de libre voluntad, central a la democracia liberal, basa su fortaleza en el valor de los profundos sentimientos de cada individuo y no en la sabiduría o inteligencia de cada persona. Si este último fuese el caso, se esperaría que para tomar una decisión que afecte a toda una comunidad se consulte solamente a quienes tengan conocimiento sobre el tema o, al menos, que el peso del voto de cada persona esté sujeto a su conocimiento del asunto y no, como sucede ahora, que se consulte a casi toda la población, incluyendo a quienes tienen un conocimiento nulo sobre la materia. La votación universal, producto de largas luchas democráticas, es más que una fuente de legitimidad. Harari (2011, 54) reivindica el procedimiento y su origen así:

> los sentimientos son, entonces, no lo opuesto a racionalidad, ellos incorporan la racionalidad evolutiva. Usualmente no nos damos cuenta de que los

> sentimientos son en realidad cálculos, porque el rápido proceso de cálculo ocurre bien debajo de nuestra conciencia. Nosotros no sentimos los millones de neuronas en nuestra mente computando la probabilidad de supervivencia y reproducción, por lo que erróneamente creemos que nuestro miedo a las serpientes, o nuestras elecciones en materia sexual, o nuestra opinión acerca de la Unión Europea son el resultado de una misteriosa "libre voluntad".

Cabe preguntarnos si esta sabiduría evolutiva incorporada en nuestra fisiología y bioquímica (y subconsciente) es válida para orientar las decisiones que, como individuos y colectivos, debemos tomar en la actual sociedad globalizada. El objetivo de los desarrollos teóricos de los iluministas era un arte social basado en el razonamiento riguroso y en los hechos bien evaluados, de manera que la vida individual y colectiva sea racional y de base científica. ¿En qué se basaba esta fe en semejante extensión de la razón en la vida social? En la concepción del ser humano como un ser sensible y capaz de razonar, cualidades que le permitirían deducir formalmente los principios fundamentales de la legislación y la moral. Es cuestión de debate, el cual está fuera del alcance de este libro, si tal concepción se justifica o no en la historia de la humanidad.

Ramón Lull, el predecesor

Condorcet, Borda y todos los miembros de la Ilustración que abordaron estos temas "se adelantaron a sus predecesores", tal como sucede en muchos campos del conocimiento humano. En este caso el predecesor es un personaje excepcional, Ramon Lull (1232-1315 o ¿1316?), catalán de origen, que aportó significativamente a diversas áreas del conocimiento, desde la teoría de la computación, la literatura y, según lo demuestran sus escritos recientemente encontrados, hasta la teoría de elecciones. En efecto, Colomer (2013) señala que hay al menos tres trabajos de Lull en donde se encuentran sus propuestas sobre métodos de elección:

- *Artifitium electionis personarum* ([El método de elección de personas] c. 1274-1283).

- *En qual manera Natana fo eleta a abadessa* ([En qué forma Natana fue electa abadesa] c. 1283).
- *De arte electionis* ([Sobre el método de las elecciones] 1299).

En el primer documento, Lull diseñó un mecanismo por el cual se llama a votar entre dos candidatos y le asigna un punto a la persona que obtiene más votos. Esta votación se lleva a cabo entre todas las parejas posibles de candidatos, por lo que gana aquella persona que tiene más puntos a su haber, es decir, quien obtuvo un mayor número de elecciones binarias. De esta forma siempre existirá un ganador, aunque puede haber empates. Más aún, un ganador de Condorcet siempre será un "ganador de Lull". En el ejemplo que usamos para ilustrar la paradoja de Condorcet tendríamos un triple empate; tampoco el método de Lull resulta muy útil en este caso.

El segundo documento constituye el capítulo 24 de su novela *Blanquerna*, una de las primeras novelas escritas en lengua romance, originalmente en catalán. El método descrito es similar al tercer trabajo (puede consultarse en línea una fotografía del manuscrito original y una traducción al inglés). En este documento el autor describe cómo elegir a una persona para un cargo de la siguiente forma: se forma un orden inicial y se procede a llamar a votación para escoger entre la primera y la segunda persona; la que vence continúa de candidato y debe enfrentarse con la tercera persona, y así sucesivamente.

Jeremy Bentham y el utilitarismo

"La naturaleza ha colocado a la humanidad bajo el gobierno de dos soberanos maestros, dolor y placer" (Bentham [1789] 2017, 14). Jeremy Bentham (1748-1832), filósofo inglés y reformador, es considerado uno de los principales representantes del utilitarismo. No nos interesa analizar a profundidad las diferentes ramas de esta escuela filosófica, sino ubicar sus contribuciones principales al estudio de la relación entre el individuo y la sociedad y a los mecanismos normativos de decisión colectiva.

Bentham ([1789] 2017, 14, traducción del autor) propuso el *principio de la utilidad* como un instrumento que permita la aprobación o desaprobación de cada acción

> de acuerdo con la tendencia que parece tener para aumentar o disminuir la felicidad de la parte de cuyo interés se trata. […] Digo de toda acción cualquiera, y por lo tanto no solo de toda acción de un particular, sino de toda medida de gobierno.

Este concepto lo trató como el equivalente a un axioma desde la perspectiva matemática de la época, es decir, una proposición que no requiere demostración, evidente en sí misma y de la cual, en conjunto con otros axiomas, se deducen las otras proposiciones.

Bentham no ignoraba la dificultad de medir una variable tan subjetiva como la utilidad que una acción produce en una persona. Según algunos autores, lo concibió como lo que ahora llamaríamos el cálculo de un número índice (Schofield 2006), y con base matemática,

> Bentham señaló que para comparar la cantidad total de desutilidad producida por un acto con aquella producida por otro, había que considerar los 'ingredientes en el valor de cada sensación', a saber, intensidad, duración, extensión, proximidad y probabilidad (lo que más tarde denominó 'certeza') (Schofield 2006, 42).

La revolución marginalista, y la aplicación de métodos de optimización matemática, fue la que permitió dar una valoración precisa –de hecho, en numerario– a utilidades y desutilidades individuales.

Si hacemos referencia a la relación individuo y colectividad, incluso la definición de comunidad es, según el filósofo, más clara desde esta perspectiva:

> El interés de la comunidad es una de las expresiones más generales que pueden darse en la fraseología de la moral: no es de extrañar que su significado se pierda a menudo. Cuando tiene un significado, es esto: la comunidad es

> un cuerpo ficticio, compuesto por las personas individuales que se considera que constituyen sus miembros. El interés de la comunidad es entonces, ¿cuál es?, la suma de los intereses de los varios miembros que la componen (Bentham [1789] 2017, 15).

De esta forma, la medida de la felicidad neta individual que origine una acción no solo es el criterio de la aprobación o desaprobación personal que esta merece, sino que se puede calcular el efecto de esa acción en la comunidad mediante la suma de los efectos individuales. Implícitamente, se asume así que las felicidades netas individuales son comparables entre individuos. Bentham y su proyecto, por tanto, fueron sujetos de la crítica de Lionel Robbins (1932) a la cardinalidad y comparabilidad de la utilidad.

Amartya Sen notó que, adicionalmente, la propuesta de maximización de la suma de utilidades no es igualitaria, porque premiaría a aquellas personas que son más capaces de *producir* utilidad.

> Por ejemplo, una persona que tiene la mala suerte de tener una capacidad uniformemente menor para generar disfrute y utilidad a partir de los ingresos (por ejemplo, debido a una discapacidad física o mental) también serían dotados, en el mundo utilitario ideal, de una parte menor de un total dado de ingresos, debido a su menor capacidad para generar utilidad a partir de ese ingreso (Sen 2017, 49).

Para las siguientes reflexiones debemos tomar en cuenta que el pensamiento económico de Bentham permaneció desconocido durante mucho tiempo. Stark (1952), editor de los escritos económicos del filósofo, dice que hasta 1952, año de publicación de la colección de ensayos de Bentham, apenas un 10 % de esa obra había sido impresa. El editor considera que aquel material tuvo una influencia considerable en el pensamiento económico contemporáneo a Bentham y posterior. En la introducción de la colección de ensayos, Stark (1952, 16) afirma que este autor era un "materialista empedernido" y que "la primera y principal consecuencia de una cosmovisión materialista es el deseo consciente o inconsciente de subordinar las ciencias sociales y modelarlas sobre las ciencias físicas".

Estos escritos económicos contienen un párrafo (Stark 1952, 119; párr. XXXI) que, según el editor, hace referencia al teorema del jurado de Condorcet, al cual Bentham somete a dos críticas. Primero, según el filósofo, es mejor que solo una persona esté encargada de tomar una decisión, pues será ella quien cargue con la responsabilidad de lo decidido (lo que la lleva a tomar una mejor decisión). En cambio, cuando el veredicto está en manos de un numeroso jurado, dicha responsabilidad se diluye. Segundo, y lo más importante, es su visión del uso de las matemáticas (recordemos que tiene en mente a Condorcet y su propuesta del uso de la teoría de probabilidades en las decisiones colectivas). Bentham sostenía que

> las conclusiones de los matemáticos, aunque siempre matemáticamente justas, no pocas veces son físicamente falsas: es decir, serían verdaderas si las cosas no fueran como son. Se omite algún elemento necesario a tener en cuenta: y así el único efecto de la operación es engañar (Bentham citado en Stark 1952, 119).

Esta observación, claramente dirigida al uso de las matemáticas en lo que ahora llamamos ciencias sociales es visionaria, puesto que nos previene del uso vacío del lenguaje matemático en modelos que sirven para arribar a conclusiones matemáticamente correctas, pero que, por dejar fuera algún aspecto importante de la realidad, pueden conducirnos a conclusiones erradas. No pocas veces el uso de las matemáticas en las ciencias sociales ha cumplido un solo objetivo: intimidar a la audiencia.

Las ciencias físicas como ejemplo de las ciencias morales

Es interesante notar que Ramón Lull desarrolló originalmente estos métodos observando los conflictos que experimentaba la Iglesia católica, fruto de los métodos de designación de obispos, abades, etc. Una votación era la forma en que se revelaba la voluntad divina (Colomer 2013), pero tradicionalmente se buscaba la unanimidad, difícil de conseguir, por lo cual las elecciones se prolongaban demasiado y se originaban conflictos. Tal hecho

obligó a indagar en otros mecanismos de decisión. Si la Iglesia consideraba que las elecciones conformaban un mecanismo para revelar esta extraña voluntad divina, que muchas veces se daba a conocer tan solo a una parte del electorado, para los hijos de la Ilustración constituyeron una forma de encontrar la razón. En ambos casos, para hallar la revelación divina o desentrañar la razón, el método era matemático.

Condorcet expuso más claramente su concepción sobre la moral social y política en su obra póstuma *Esquema para una pintura histórica del progreso de la humanidad* publicada en 1794. En ella defiende que el progreso en las ciencias naturales debe originar también el progreso en las ciencias políticas, para contribuir a una sociedad que se acerca continuamente a la perfección. La guía de estas era clara, "este avance de las ciencias físicas […] no puede ser observado sin que los hombres iluminados busquen seguirlas en otras ciencias; a cada paso, son ellas el modelo a seguir" (Condorcet citado en Baker 1975, 84). En 1782, en su discurso ante la Academia Francesa, Condorcet argumentó a favor de la aplicación del método científico a todas las ramas del conocimiento.

> Meditando en la naturaleza de las ciencias morales, uno no puede sino ver que, basados como las ciencias físicas en la observación de los hechos, ellas deben seguir el mismo método, lograr un lenguaje igual de preciso y exacto, alcanzar el mismo grado de certidumbre (Condorcet citado en Baker 1975, 86).

Condorcet se refiere como ciencias morales y políticas al estudio de la mente en sí misma y de las relaciones de los seres humanos entre sí. En este párrafo se encuentran ya elementos que han de ser parte fundamental del desarrollo de las ciencias sociales y, más adelante, de la economía, tales como

- La guía metodológica de las ciencias físicas.
- La fascinación que ejerce la matemática como lenguaje preciso, perfecto para el razonamiento deductivo.
- Implícitamente, la separación entre el observador y el objeto observado ("la observación de los hechos"), es decir, la concepción de que el primero no influye en el segundo con su análisis y estudio.

Pocos temas de las ciencias sociales se prestan para ser analizados con instrumentos matemáticos como los sistemas de elección, así lo entendieron y desarrollaron los precursores de estas áreas de estudio. Como veremos más adelante, a mediados del siglo XX, fue Kenneth Arrow (1950) quien, aplicando la formalización de las decisiones individuales con base en las preferencias cardinales y el método axiomático moderno, marcó un hito histórico en el estudio de las decisiones colectivas con su teorema de imposibilidad.

Capítulo 2
La influencia de la física en las ciencias sociales

Philip Mirowski (1989) documenta ampliamente la intención explícita de los primeros economistas de capturar la esencia del espíritu científico de cada época en el desarrollo teórico de la naciente disciplina. Partiendo del interés de Adam Smith ([1776] 1976) por la astronomía, y pasando por la postura de John Stuart Mill ([1872] 2020) en favor de la aplicación de los métodos de la astronomía a la economía, Mirowski (1989, 13) concluye que

> los progenitores de la teoría económica neoclásica copiaron audazmente las teorías físicas vigentes en la década de 1870. Cuanto más se cava, mayor es la comprensión de que esos neoclásicos no imitaron a la física de una manera deslumbrante o superficial; no, copiaron sus modelos término por término y símbolo por símbolo, y lo dijeron.

Tal vez este traslado no fue de la forma radical y mimética como lo presenta Mirowsky, pero el tránsito desde la economía política clásica hacia la economía neoclásica ocurrió en un ambiente de triunfos de la astronomía y de la física que marcaron los parámetros de lo que debía considerarse Ciencia, con mayúscula. En ese sentido, los economistas que marcaron este camino, en efecto, fueron explícitos en cuanto a sus fuentes de inspiración y en acerca de qué modelo se proponían imitar. Como veremos más adelante, el planteamiento teórico tomó su propio vuelo y buscó su propia consistencia, aunque sin librarse de las metáforas que heredó de la ciencia

física del siglo XIX. ¿Hasta qué punto este intento explícito de parecerse a la física y tomarla como referencia ha tenido consecuencias en el rumbo que tomó la economía? Y más importante aún, ¿qué limitaciones le ha impuesto este derrotero? Para abordar el tema, debemos repasar brevemente la evolución de la mecánica y la física en el siglo XIX.

El deslumbrante avance de la física

La invención del cálculo diferencial e integral, desarrollada por Newton (1642-1727) y Leibnitz (1646-1716) y su aplicación a la mecánica celeste, dio paso a una época en la que surgió una relación fructífera y sinérgica entre la matemática y las ciencias naturales. Las estructuras, hasta entonces secretas, del calor, la energía, el sonido, la luz y el electromagnetismo iban a ser desentrañadas. Tres elementos son cruciales en este proceso:

1. La aplicación cada vez más fructífera de los descubrimientos científicos en la industria y la guerra a través del desarrollo tecnológico.
2. La invención de nuevas formas de medida y la recolección exhaustiva de datos.
3. El desarrollo de conceptos y métodos matemáticos que permiten describir fenómenos naturales, cada vez con mayor precisión.

Así, por ejemplo, entre 1763 y 1775, James Watt (1736-1819) inventó y desarrolló la máquina de vapor, cuyas aplicaciones se extendieron al transporte marítimo y fluvial. Más adelante, en 1804, Richard Trevithick concretó el diseño de la locomotora de vapor y, en 1807, Robert Fulton logró la exitosa travesía aguas arriba de un barco de vapor por el río Hudson. En 1825, George Stephenson construyó una línea de ferrocarril impulsada por máquinas de vapor que sirvió para crear una línea regular al noreste de Inglaterra, la primera que arrastró trenes de transporte público.

La aplicación del vapor al transporte y a la industria y el avance del conocimiento científico de la energía se reforzaron mutuamente. En 1843, el físico inglés James Prescott Joule (1818-1889) midió con precisión la

cantidad de trabajo mecánico que se requería para incrementar la temperatura de una cantidad de líquido. El físico notó que esta no dependía de la velocidad con la que se hacía ni del método que se utilizaba para su conversión, lo que le permitió ser uno de los primeros en establecer el concepto de conservación de la energía. En 1824, el francés Sadi Carnot (1796-1832) propuso una medida precisa de la máxima eficiencia que se puede esperar extraer, en forma de trabajo, de las máquinas de vapor. Su estudio constituyó la semilla del segundo principio de la termodinámica, establecido en su forma actual por el físico alemán Rudolf Julius Emmanuel Clausius (1822-1888). Clausius introdujo también el concepto de entropía, que sedujo a la economía ecológica y detonó un conjunto de desarrollos fundamentales en la interpretación de la realidad desde el punto de vista estadístico.

La precisión de los registros astronómicos y la exactitud del modelo matemático de los cuerpos celestes –basado en la física newtoniana– sirvió para hacer mediciones antes impensables. En 1679, el astrónomo danés Ole Römer (1644-1710) pudo predecir, con precisión de segundos, la ocurrencia de los eclipses de Júpiter a sus satélites. Tal predicción le permitió comparar con el tiempo exacto de la observación del fenómeno según la posición de la Tierra (ya sea en la posición más cercana o más lejana respecto de Júpiter), con lo cual calculó la velocidad de la luz en el vacío (Newton 2007).

No obstante, este modelo no solo permitía explicar lo que ya se había observado y registrado, sino que posibilitaba anticipar nuevos descubrimientos. Utilizando las funciones de su invención, las cuales llevan su nombre, Bessel (1784-1846) pudo hacer cálculos astronómicos tan precisos que detectó movimientos propios (en el orden de minutos) en las estrellas Sirius y Procyon. Tal hecho lo llevó a sospechar de la presencia de cuerpos masivos con los cuales dichas estrellas interactuaban gravitatoriamente. En efecto, posteriormente a su muerte, telescopios más avanzados encontraron tales objetos estelares (Newton 2007). Igual de impresionante es la conjetura del astrónomo Urbain Jean Joseph Le Verrier (1811-1877), ante una discordancia entre la trayectoria observada y predicha del planeta Urano. Él formuló que había otro objeto desconocido que perturbaba esa

trayectoria. Una vez más, no era la teoría la que debía ser puesta en duda, sino que la realidad conocida debía ser modificada; de hecho, así fue cuando astrónomos alemanes encontraron un nuevo planeta al que llamaron Neptuno. En palabras de otro astrónomo de la época, Le Verrier había descubierto un planeta "con la punta de su pluma" (Forbes [1909] 2010, 32).

Fruto de sus avances teóricos, la ciencia de aquella época tendió hacia la unificación de campos de estudio y teorías. Esto se puede ilustrar tomando como ejemplo el estudio de la luz, la electricidad y el magnetismo. En cuanto a la electricidad, el físico inglés Henry Cavendish (1731-1810) estableció que la fuerza de atracción de dos cargas eléctricas opuestas era inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. Asimismo, el francés Charles Coulomb (1736-1806) encontró que esta fuerza era, también, proporcional al producto de las cargas eléctricas, dando como resultado una expresión idéntica a la ley de la gravitación universal. Más aún, Simeón de Poisson (1781-1840) generalizó el resultado a la atracción de cuerpos magnéticos. Es así que desde el desarrollo de una fórmula hasta entonces se pueden explicar tres fenómenos distintos:

1. El físico danés Hans Christian Oersted (1777-1851) encontró que el paso de una corriente eléctrica por un alambre generaba un campo magnético perpendicular a la dirección del paso de la corriente.
2. El fenómeno inverso, desde lo magnético a lo eléctrico, fue estudiado por Michael Faraday (1791-1867): electricidad y magnetismo formaban parte de un mismo fenómeno.
3. El físico escocés James Clerk Maxwell (1831-1879), quien publicó su primer artículo científico a los 14 años, unificó en un sistema de ecuaciones la luz, la electricidad y el magnetismo.

Al referirse a estas ecuaciones, Gérard Debreu (1991, 2), Premio Nobel de Economía en 1983, afirmó que "las grandes teorías de la física cubren un inmenso rango de fenómenos con una suprema economía de expresión". Una vez más, el modelo teórico predijo la existencia de ondas electromagnéticas invisibles al ojo humano y hasta entonces desconocidas: las ondas de radio, descubiertas en 1888 por el físico alemán Heinrich Hertz (1857-1894).

Esta dinámica de progreso de la ciencia, que fue posible gracias a la dialéctica singular entre la física y la matemática, además de la potencialidad de esta última como *lingua franca*, fue sintetizada por Wigner (1960) en su famoso artículo "La irrazonable eficacia de las matemáticas en las ciencias naturales".

> Tuve ocasión, hace algún tiempo, de llamar la atención sobre la sucesión de capas de "leyes de la naturaleza", cada una de las cuales contiene leyes más generales y abarcadoras que la anterior y su descubrimiento constituye una penetración más profunda en la estructura de la naturaleza […]. La enorme utilidad de las matemáticas en las ciencias naturales es algo que roza lo misterioso y que no tiene una explicación racional (Wigner 1960, 5).

Este progreso vertiginoso cautivó a los académicos de otras disciplinas, algunos de los cuales buscaron un símil en su área de estudio para esa lógica concatenada de leyes naturales que de manera tan exitosa y elegante describía el mundo físico. Este fue el caso de varios economistas de la época, quienes dirigieron sus esfuerzos a construir una estructura parecida y, en el proceso, redefinieron el objeto de estudio de la disciplina. En la siguiente sección revisaremos el camino de algunos conceptos desde la física hacia la economía.

Desde la física hacia la economía

Este nivel de éxito no podía pasar desapercibido por los intelectuales de otras disciplinas y tampoco por los de la economía. Como explica Mirowski (1989, 210), "John Stuart Mill, el parangón de la economía clásica tardía, sostenía en su *Sistema de lógica* que los métodos de investigación desplegados en economía deben ser idénticos a los que ya están en uso en la astronomía". De igual forma, la creciente generalidad de las teorías físicas y la precisión de sus predicciones marcaron los horizontes ambicionados por los economistas.

Las herramientas del cálculo diferencial e integral pronto transitaron al ámbito de la economía. Entre los ejemplos más conocidos destacan las

condiciones de primer y segundo orden para la optimización local y restringida de una función diferenciable y las condiciones de marginalidad –a las que ya se había referido Daniel Bernoulli (1700-1782)– de amplia aplicación en la microeconomía, para resolver los problemas estáticos del consumidor y del productor. En este campo, también se le debe a Bernoulli la introducción de la idea de la utilidad esperada (Stearns 2000), es decir que ante un resultado riesgoso, la utilidad es el promedio de las utilidades que produciría cada escenario, ponderada por la probabilidad de ocurrencia de cada escenario. Von Neumann y Morgenstern (1944) desarrollaron posteriormente esta idea en su libro seminal *Theory of Games and Economic Behavior* [Teoría de juegos y comportamiento económico], en el que establecieron las condiciones necesarias para que unas preferencias racionales tengan ese tipo de representación. Esta idea es de uso común en la teoría de juegos hasta el día de hoy, pese a las críticas que ha recibido. Bernoulli planteó la hipótesis de las utilidades marginales decrecientes –justamente cuando estudiaba temas relacionados con los juegos de azar y las probabilidades asociadas–, es decir, que mientras mayor es la cantidad de dinero que tenemos, menor es la utilidad adicional que obtenemos ante un incremento marginal de dinero (Tversky 1975).

El filósofo francés Nicolas-François Canard (1750-1833), en su libro *Principes d'économie politique* (1801), introdujo un concepto que jugó un papel clave en el desarrollo de la economía como disciplina: el equilibrio. Este autor aplica conceptos simples de la mecánica, específicamente el de palanca, para entender la determinación del precio de un bien como resultado del equilibrio entre las fuerzas opuestas de los vendedores y de los compradores. Para ello, define la longitud L como la distancia entre el máximo precio que podrían esperar los vendedores y el menor precio que podrían ofrecer los compradores; llama X a la distancia entre el precio máximo y el precio de equilibrio. Enseguida, denota como N el número de compradores y como B una medida del deseo que estos tienen por el bien; mientras n es el número de vendedores y b su necesidad de vender (*besoin*, en francés). X constituye la variable endógena, que permitirá la igualdad de dos fuerzas: lo que están dispuestos a dejar de cobrar los vendedores respecto a su precio máximo, multiplicado por el número de estos y su

necesidad, y lo que los compradores están dispuestos a pagar por sobre su precio mínimo *(L-X)*, multiplicado por el deseo de los compradores y su número: *bnX=BN(L-X)*. En palabras de Canard (1801, 30), "la igualdad de estas dos fuerzas es la fuente del equilibrio".

Los resultados de este análisis no están, necesariamente, acordes con la intuición. Por ejemplo, a mayor número de vendedores *n*, menor es el valor de *X*, es decir, mayor el precio de equilibrio; por lo tanto, es contrario a lo que sucede en un oligopolio a la Cournot (desarrollado por el economista y matemático francés Antoine Augustin Cournot [1801-1877]). La reflexión que Canard hace sobre el valor de *L*, que dependería, entre otras variables, del grado de monopolio en ese mercado determinado, complica el análisis y la obtención de resultados claros. Sin embargo, no se puede desconocer que es un pionero en este enfoque, reconocido por el mismo Cournot como su precursor.

El gran salto de los conceptos de la mecánica estática a la economía se lo debemos a León Walras (1834-1910), ingeniero de la Escuela de Minas de París, profesor de Economía Política en Lausana y autor del libro *Éléments d'économie politique pure* (1874). En su obra, él aborda una economía en su conjunto y plantea el problema del equilibrio entre la oferta y la demanda en todos los mercados. Si bien para entonces estaba claro que el precio de un bien podría equilibrar la oferta y la demanda dentro de su mercado, Walras entendió que para alcanzar el equilibrio simultáneo en todos los mercados se requería de un conjunto de precios determinado. Además, estableció que la oferta total de productos (en valor monetario) tenía que ser igual al valor monetario de la suma total de la demanda, que es la ley que lleva su nombre. Por su parte, el economista inglés William Stanley Jevons (1835-1882) delineó la teoría del valor basada en la utilidad subjetiva y el enfoque marginal, contraria a la teoría del valor-trabajo marxista (Jevons [1871] 1965). Adicionalmente, Jevons hizo aportes importantes en el campo de la lógica y en el diseño temprano de computadoras mecánicas, lo cual no es extraño, pues su principal mentor académico fue el lógico inglés Augustus De Morgan (1806-1871). Finalmente, Carl Menger (1840-1921), quien también avanzó en la línea de la teoría subjetiva del valor en su libro *Principles of Economics* [Principios de economía] (Menger

[1871] 2007), completa el trío que pondrá definitivamente a la economía en la dirección de la formalización matemática.

Jevons ([1871] 1965, xxi) expuso claramente este objetivo:

> Yo sostengo que todos los escritores económicos deben ser matemáticos en la medida en que sean científicos, porque tratar las cantidades económicas, y las relaciones de tales cantidades, y todas las cantidades y las relaciones de cantidades entran dentro del alcance de las matemáticas.

La década de 1870 marcó el nacimiento de la economía neoclásica e incluso la redefinición del ámbito y rebautizo de la disciplina.

> Entre las modificaciones menores, puedo mencionar la sustitución del nombre de economía política del término conveniente economía. No puedo evitar pensar que sería bueno descartar, lo más rápido posible, el viejo nombre problemático de doble redacción de nuestra ciencia. Varios autores han intentado introducir nombres totalmente nuevos como plutología, crematología, cataláctica, etc. Pero ¿por qué necesitamos algo mejor que economía? Este término, además de ser más familiar y estrechamente relacionado con el antiguo término, es perfectamente análogo en forma a matemática, ética, estética (Jevons [1871] 1965, xiv).

El siguiente paso en la aplicación de los principios de la física al desarrollo (redireccionamiento) de la economía como disciplina fue la formulación de un modelo de equilibrio general basado en la optimización de las utilidades de los consumidores. Este desarrollo, acompañado incluso de una simulación por métodos hidráulicos, se debe al economista norteamericano Irving Fisher.

La computadora analógica de Irving Fisher

Josiah Willard Gibbs (1839-1903) fue, según Albert Einstein, la mente norteamericana más brillante. Junto con Maxwell y Boltzmann, fue uno de los creadores de la mecánica estadística que explica, a partir de las propiedades

estadísticas de partículas microscópicas, las leyes de la termodinámica. Gibbs, profesor en la Universidad de Yale, callado y solitario, tomó la palabra en una reunión docente en la que se discutía si se debía reemplazar al griego por las matemáticas como requisito de idioma para los estudiantes. "Pero, las matemáticas son un lenguaje" dijo, muy suavemente, mientras salía de la sala (Nasar 2011, 157). No solo representaba a la posición dominante de finales del siglo XIX, la cual consideraba la aplicación de la matemática a la física como una de las causas fundamentales del rotundo éxito de esta última, sino que tuvo entre sus más brillantes discípulos al economista Irving Fisher (1867-1947). Más aún, Paul Samuelson (1989) se autoproclama nieto intelectual de Gibbs, ya que su supervisor, Edwin Wilson,[1] fue el otro discípulo preferido del físico de Yale.

En 1891, Irving Fisher ([1892] 1926, 4), en su tesis doctoral presentada en la Universidad de Yale,[2] escribió: "en verdad, la mayoría de las personas, sin excepción de los que se declaran economistas, están satisfechos con vagas nociones". Afirmación fuerte, desafiante. A sus 24 años, sus contribuciones a la teoría económica muy pronto se convirtieron en objeto de franca alabanza, especialmente en Europa. Ysidro Edgeworth (1893, 112), nada menos, en un artículo publicado en el *Economic Journal* dijo: "sin profetizar un futuro muy remoto, podemos al menos predecir para el Dr. Fisher el grado de inmortalidad que pertenece a quien ha profundizado las bases de la teoría pura de la economía".

No era para menos. Fisher ([1892] 1926) había logrado representar una economía con varios productos y varios consumidores en un sistema de ecuaciones, descubrimiento simultáneo al que hizo Walras (1834-1910) en el mismo campo. Walras partió de las demandas agregadas y las funciones de los precios de los bienes, mientras que Fisher lo hizo desde las funciones de utilidad para representar a los consumidores, enfoque que aún se aplica en los textos de microeconomía. De este modo, Fisher dotó de una base mucho más firme al concepto de utilidad subjetiva y su representación matemática y construyó, de hecho y físicamente, un modelo macroeconómico con bases

[1] Agradecemos a uno de los evaluadores anónimos de este libro por esta referencia.
[2] La tesis fue escrita y defendida en 1892.

microeconómicas. Adicionalmente, el autor presentó el diseño de un ingenioso mecanismo hidráulico que servía para calcular de forma numérica el equilibrio.

La función de utilidad del consumidor (aditivamente separable en los bienes de la canasta, cóncava y creciente) se representa por una serie de vasos comunicantes (uno por bien por consumir) en donde la altura del líquido representa la utilidad marginal, gracias a un astuto aprovechamiento de la forma del recipiente (Brainard y Scarf 2005). De un modo ahora muy familiar para todo economista, Fisher ([1892] 1926) parte de la función de utilidad del consumidor:

$$U(x_1,x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} v_i(x_i)$$

Donde x_i representa cada bien de la canasta de consumo y $v_i(.)$ es una función creciente y cóncava. El autor considera el caso de un ingreso fijo para el consumidor, *Y*. El problema de maximización por resolver es ahora familiar:

$$\begin{aligned} &Max\ U(x_1,x_2, \ldots, x_n) \\ &s.a.\ Y \geq \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \end{aligned}$$

Donde p_i es el precio de mercado del bien i-ésimo. Puesto que la función de utilidad es creciente en cada uno de los bienes, el consumidor agotará su ingreso y la restricción presupuestaria se cumplirá sobre la recta presupuestaria. Las condiciones de primer orden son para $i = 1,2, \ldots, n$:

$$v'_i(x_i) \leq \lambda p_i$$

Donde λ es el multiplicador lagrangiano de la restricción presupuestaria y la condición se cumple con igualdad cuando $x_i > 0$. Fisher ([1892] 1926) diseñó un ingenioso mecanismo para resolver analógicamente el problema de maximización que ilustramos a continuación.

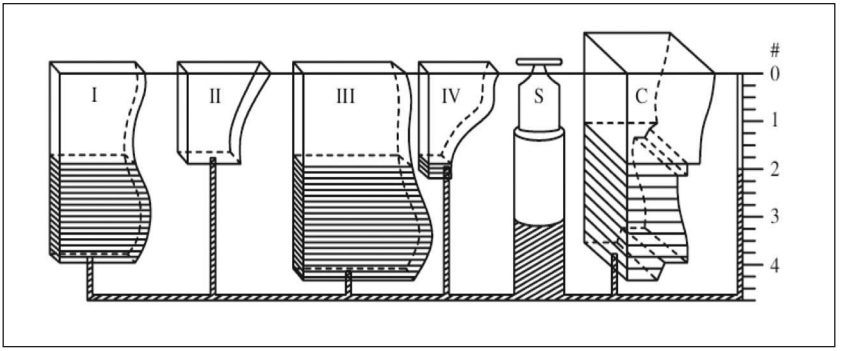
Consideramos un conjunto de $i = 1, \ldots, n$ recipientes, cada uno de profundidad igual al precio del bien, y cuya altura individual es distinta, pero su tope superior está a la misma altura de referencia (figura 2.1).

Los recipientes están conectados por abajo, es decir, son vasos comunicantes, por lo que la altura del agua será la misma en todos los recipientes. La distancia entre la superficie del agua y el tope de los recipientes es, por tanto, también igual, pero no así la profundidad del agua en cada recipiente. El volumen total de agua contenida en los recipientes representa el ingreso total del consumidor, repartido en el consumo de cada bien, que en valor nominal es igual al volumen de agua contenido en el vaso respectivo. La forma de la cara derecha del recipiente correspondiente al bien i (representada por la función $f_i(t)$) está hecha de tal manera que si φ es la distancia entre el tope del recipiente y la superficie del agua, tenemos que

$$\varphi = v_i'\left(\int_{\varphi}^{1} f_i(t)dt\right)$$

Esto significa que φ es la utilidad marginal del bien i a ese nivel de consumo del bien; es decir, $\varphi = \lambda$ y, por lo tanto, la cantidad de agua que cada vaso contiene es tal que las utilidades marginales del consumo de todos y cada uno de los bienes son iguales, por lo que se cumplen la condición de optimalidad de primer orden. Cabe que notemos que en esta máquina son posibles incluso soluciones de esquina, en donde el consumo de un bien es cero (vaso II en la figura 2.1).

Figura 2.1. La utilidad marginal de Fisher



Fuente: Fisher ([1892] 1926).

Para aclarar el procedimiento, tomemos como ejemplo la función de utilidad de aversión absoluta al riesgo constante (CARA, por sus siglas en inglés) que es ampliamente usada en modelos macroeconómicos en la actualidad.

$$v_i(x) = A - e^{-x}$$

La función $f_i(t) = -1/t$ es la que corresponde para este caso. En efecto,

$$-\int_{\varphi}^{1} \frac{1}{t}\, dt = -ln(\varphi)$$

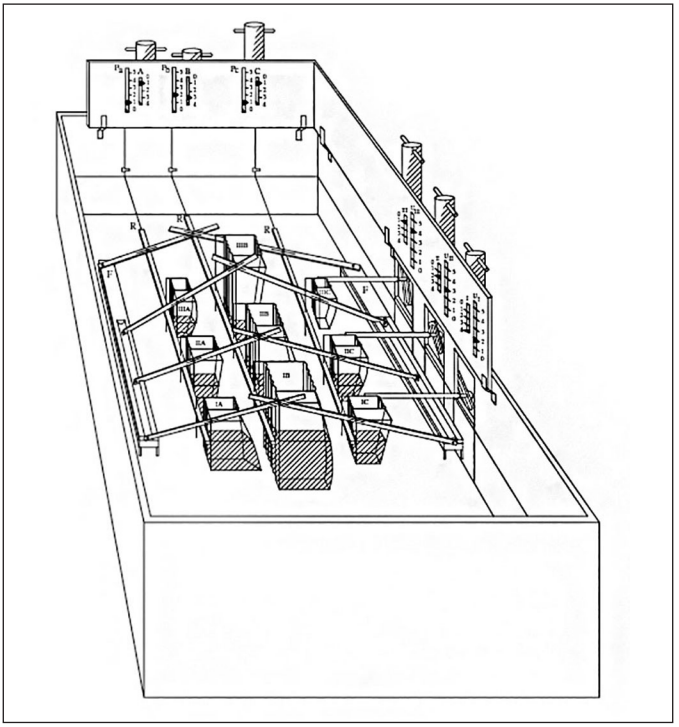
Entonces:

$$\varphi = v_i'(-ln(\varphi)) = e^{ln(\varphi)}$$

La máquina creada por Fisher está llena de mecanismos ingeniosos. Si el ingreso de un agente era representado por una cantidad de agua, y la utilidad marginal calculada por la altura que el líquido alcanzaba en el respectivo recipiente, se podían incorporar diferentes precios a través de la profundidad del recipiente. Dicha profundidad podía cambiarse moviendo una palanca que ajustaba por igual el ancho de todos los recipientes que representaban la utilidad de ese bien en cada individuo.

En la figura 2.2 se puede ver, en sentido vertical al plano del dibujo, los tres recipientes alineados en cada columna que representan la utilidad de cada individuo correspondiente a un mismo bien. En sentido horizontal, cada fila representa a un consumidor (si bien tiene también tres recipientes, no es necesario que el número de filas sea igual al número de columnas). La profundidad de los recipientes es variable; se puede cambiar desde el panel frontal superior, mientras que las palancas que unen los recipientes de cada columna aseguran que el precio sea el mismo para todos los consumidores. De esta forma, era posible calcular en una computadora analógica los valores numéricos de los precios de equilibrio y las cantidades consumidas de cada bien por cada consumidor. Era, por tanto, la aplicación completa y exitosa a la economía de lo que constituía el paradigma de la relación de

Figura 2.2. El equilibrio hidráulico de Fisher



Fuente: Fisher ([1892] 1926).

las matemáticas a las ciencias denominadas *duras*, en especial la física: un modelo formal y su representación física.

La máquina original (figura 2.2) se perdió en camino a una exhibición. Una segunda, que fue construida como reemplazo, también se perdió para la posteridad (Nasar 2011). Sin embargo, no fue la única computadora analógica diseñada para hacer simulaciones de toda una macroeconomía. En 1949, el ingeniero eléctrico neozelandés William Philips (1914-1975) –sí, el de la famosa curva de Philips–, entonces estudiante de la London School of Economics, construyó la MONIAC (Monetary National Income Analogue Computer), también a partir de los principios de la hidráulica, para modelar la economía de Gran Bretaña (Bissell 2007). El término

liquidez asignado al dinero nunca fue más apropiado que en ese momento. En esta máquina el dinero estaba representado por agua de colores y diferentes válvulas podían abrirse y cerrarse para representar los cambios en la tasa de interés o en las tasas impositivas.

Se dice que MONIAC obtuvo su nombre de la Monetary ENIAC. ENIAC es el nombre de una de las primeras computadoras digitales desarrolladas para propósitos militares que desplazaron a las computadoras analógicas. Estos equipos se diseñaron en Estados Unidos, en 1945. De esta forma, en 1892, Fisher había iniciado un proceso que nos llevaría a los grandes modelos macroeconómicos keynesianos de los años sesenta y a los Dynamic Stochastic General Equilibrium Models (DSGE, en español modelos dinámico-estocásticos de equilibrio general). Amman, Kendrik y Rust (2006) reseñan la historia de estos modelos, sobre todo en el primer capítulo de *Handbook of Computational Economics*. Un salto de tal magnitud solo se verá cuando incorporemos el poder computacional, que ahora tenemos disponible, y el *big data* en el análisis macroeconómico.

La tesis doctoral de Fisher ([1892] 1926) no solo es la aplicación directa, y muy efectiva para aquella época, de los conceptos de la física a la economía, sino también una aplicación explícita y consciente. El mismo Fisher delineó las analogías que él encontraba entre la mecánica y la economía (tabla 2.1), identificando a las partículas con los individuos, su energía con la utilidad. Es interesante como esta analogía le permitió vislumbrar el equilibrio como la situación en que los costos marginales son iguales a la utilidad marginal y, a su vez, como algo que entraña algún tipo de máximo. Se podría decir que ya en 1891, cuando presentó su trabajo como tesis doctoral, Fisher se hallaba cerca del primer teorema fundamental del bienestar, años antes de que Wilfredo Pareto lo *inventara* (Blaug 2007).

Tabla 2.1. La mecánica y la economía

Fragmento del cuadro "Analogías entre la mecánica y la economía" de Irving Fisher	
En la mecánica	**En la economía**
Una partícula	Un individuo
Espacio	Bienes
Fuerza	Utilidad marginal (o desutilidad marginal)
Trabajo	Desutilidad
Energía	Utilidad
Trabajo o energía = trabajo x espacio	Utilidad o desutilidad = utilidad marginal x bienes
Trabajo y energía son escalares	Utilidad y desutilidad son escalares
El equilibrio se encontrará donde la energía neta (energía total menos trabajo) sea máxima; o donde las fuerzas de impulso y de resistencia en cada eje sean iguales	El equilibrio se encontrará donde la ganancia sea máxima; o donde la utilidad marginal y la desutilidad marginal sean iguales en cada eje

Fuente: Fisher ([1892] 1926).

A pesar de su contribución significativa a la matematización de la economía y a su concepción como un sistema donde las fuerzas se equilibran en un óptimo (así como el agua busca su nivel e iguala las utilidades marginales), no se puede clasificar a Irving Fisher dentro del grupo de evangelistas de las fuerzas del mercado. De hecho, en la sesión plenaria de la reunión de 1906 de la American Association for the Advancement of Science, apelando a la experiencia, más que a una teoría económica abstracta, Fisher atacó el *laissez-faire* tanto por sus resultados globales (para toda la sociedad) como por sus resultados individuales. Él argumentó: "no solo es falso que los hombres, cuando se les deja actuar en libertad, siempre perseguirán su mejor interés, sino que también es falso que cuando lo hacen, eso será siempre lo que mejor sirva a la sociedad" (Fisher 1907, 21).

Actuando como un economista maduro, Fisher cuestionó los supuestos de racionalidad extrema y perfecta previsión, y se adhirió a las tesis conservacionistas basadas en los intereses y derechos de las generaciones futuras. Estas son las acciones de un académico comprometido con la búsqueda incesante del conocimiento y no con una ideología. Algunos autores

(Nasar 2011) atribuyen esta evolución en su pensamiento también a sus experiencias personales. Fisher tuvo que enfrentar en sí la tuberculosis, que en aquella época era una enfermedad casi equivalente a una sentencia de muerte, la cual cobró la vida de su padre, y también sufrir el trágico y prematuro fallecimiento de su hija.

Las contribuciones de Fisher dejaron en claro la utilidad de la representación matemática de una economía que proveía concisión en la exposición, claridad en los conceptos y rigor en el análisis. Asimismo, y por primera vez, era posible representar el modelo matemático en un modelo físico, lo cual fue considerado la prueba de su rigor. En efecto, se puede argumentar que este modelo constituye la cúspide de una forma de pensamiento fisicomatemático aplicado a la economía, aunque ya para ese momento la matemática tomaba un camino distinto, lo que también afectó al desarrollo teórico de la economía.

Como dice Weintraub (2002, 19),

> a pesar de que toda la matemática, al menos en la mayor parte del siglo XIX, requería conexión con un razonamiento físico, hacia el fin de siglo este encadenamiento estaba siendo roto en casi todos los países europeos excepto en Inglaterra.

Este encadenamiento, según Mirowski (1989), siguió vigente en la economía matemática –conectada al reduccionismo físico– desde mediados del siglo XIX hasta bien entrado el siglo XX (aproximadamente hasta 1944).

Si el desarrollo del concepto de equilibrio en economía se había inspirado en la física estática, la optimización dinámica es otra línea de desarrollo teórico en la física y la matemática que encontró terreno fértil en la economía, donde llegó también a poner su sello interpretativo.

Optimización dinámica: optimizar para encontrar la perfección

Pierre de Fermat (1607-1665) explicaba el fenómeno de la refracción, cuando la luz atraviesa un medio no homogéneo, con base en el principio que lleva su nombre, el cual establece que el rayo de luz seguirá una

trayectoria que minimiza el tiempo empleado en su recorrido (Perlick 2000). Este planteamiento contiene dos elementos importantes desde el punto de vista metodológico. El primero consiste en tratar de explicar los fenómenos de la naturaleza y encontrar sus leyes cuantitativas utilizando la idea de que en la naturaleza hay una variable que se optimiza, en este caso el tiempo que emplea un rayo de luz en recorrer un medio no homogéneo compuesto de dos homogéneos (produciéndose la refracción de la luz). Sobre el segundo elemento, cabe notar que se podría decir que el rayo de luz (o, en términos modernos, un fotón) se comporta *como si* quisiera recorrer el medio no homogéneo lo más rápido posible. Por supuesto, nadie piensa que el fotón esté actuando volitivamente, pero este enfoque resulta útil y permite deducir leyes que pueden verificarse experimentalmente.

Este enfoque metodológico fue importado a la economía, y a las ciencias sociales en general, tal como lo planteó Milton Friedman (1966) en la segunda mitad del siglo XX. Sin embargo, la dificultad de la verificación empírica de las predicciones teóricas en las sociedades humanas hace que se cuestione la validez de este trasplante. Cabe resaltar también que en la misma física hay una discusión sobre si la naturaleza en efecto optimiza, o si nosotros, para entenderla y predecirla, podemos suponer que actúa como si lo hiciera. Se puede seguir esta interesante discusión, por ejemplo, en Rojo y Bloch (2018, 2), de donde extraemos esta cita para mostrar lo antiguo y profundo que es este debate: "Las raíces metafísicas del principio de menor acción están en la declaración de Aristóteles: 'La naturaleza no hace nada en vano'. Si hay un propósito en la naturaleza, ella debe seguir un camino mínimo".

Otro problema abordado por las mentes más brillantes de la segunda mitad del siglo XVII es el de la curva braquistócrona, que consiste en una curva bidimensional que va de un punto a otro situado más abajo y más a la derecha (por elegir un punto de referencia). Puesto que hay infinitas curvas continuas que unen estos dos puntos, se trata de elegir aquella en la que un objeto (una esfera de metal, por ejemplo) emplearía el menor tiempo posible en descender, por el solo efecto de la aceleración de la gravedad. La búsqueda de la solución a este problema condujo a la creación del cálculo variacional, que sirve para encontrar trayectorias

óptimas. Dicho cálculo demostró su efectividad para resolver problemas más generales que podían expresarse como un problema de optimización de este tipo:

$$\underset{y}{Max}\ I(y) = \int_{t_0}^{t_1} F(x, y, y')dx$$

Donde se trata de maximizar (o minimizar) un funcional que depende de la función *y*, que se puede entender como una trayectoria en *x* entre t_0 y t_1. Es posible identificar la solución usando la condición de Euler, $\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right) = 0$. En 1744, el éxito de este método para solucionar el problema de la braquistócrona (y de otros como la forma de la Catenaria, la forma de una cadena sostenida por sus dos extremos, que fue planteado por Galileo) llevó a Euler a afirmar –en un libro que recogía todos estos avances– que "puesto que el universo es perfecto y fue creado por el Creador más sabio, nada ocurre en él, sin que esté presente alguna ley de máximo o mínimo".

El inmenso potencial de la idea de la optimización en la naturaleza se desplegó en el siglo XIX cuando las leyes de la física clásica –y luego, incluso aún más, según Susskind y Hrabovsy– se dedujeron desde el principio de acción estacionaria (o de mínima acción).

> Esta regla simple (puede ser escrita en una línea) ¡sintetiza todo! No solo los principios de la mecánica clásica, pero también electromagnetismo, relatividad general, mecánica cuántica, todo lo que se sabe de química, incluyendo los últimos constituyentes conocidos de la materia, las partículas elementales (Susskind y Hrabovsy 2013, 105).

Para ilustrar la idea, consideremos un sistema con N coordenadas ($x_1, x_2, \ldots, x_N$) del cual conocemos su posición inicial (en el tiempo t_0) y su velocidad en ese momento, un total de 2N datos, ya que cada velocidad es también un vector en N dimensiones. Usando las leyes del movimiento de Newton, será posible saber la trayectoria del sistema y su posición en el tiempo t_1. No obstante, el cálculo variacional permitió plantear el problema como una cuestión de encontrar la trayectoria entre t_0 y t_1 que sea de *mínima acción*, donde la acción se define como el lagrangiano,

es decir, la diferencia entre la energía cinética (T) y potencial (V) del sistema:

$$A = \int_{t_0}^{t_1} (T - V)\, dt$$

En este caso, se requieren también 2N datos para resolver el problema, pero solo los datos correspondientes a la posición inicial y final del sistema. Entonces, la trayectoria y las velocidades son aquellas que la naturaleza *escoge* con la *intención* de minimizar esa diferencia integrada en el intervalo definido.

No solo la herramienta permeó fácilmente en la economía, sino también la perspectiva –el objetivo optimizador– y, por su digno intermedio, a buena parte de las ciencias sociales. La concepción misma del ser humano en la corriente principal de la disciplina económica es la de un agente maximizador que trata de alcanzar el valor máximo en su función de utilidad, ya sea estática o en valor presente en el caso de un periodo de tiempo. Cuando se aplica la misma metodología al diseño de políticas públicas o a la política, se parte de una función objetivo y a partir de ahí se trata de encontrar la mejor trayectoria de las variables de control. Es imposible evitar la metáfora implícita en esta aproximación –heredada de los orígenes mismos de este tipo de técnica–: entender a la sociedad como una maquinaria cuyo funcionamiento se conoce, cuyas palancas de control están en manos de los hacedores de política y, finalmente, cuyo diseño también puede ser alterado a voluntad. Como veremos, el rigor matemático de los modelos económicos permite, justamente, mostrar el error de esta visión mecanicista y hace patente la necesidad de poner en el centro de la discusión la formación de las expectativas humanas y el rol de estas en la dinámica futura del sistema.

El modelo de Ramsey

La introducción del cálculo variacional (y sus posteriores desarrollos) a la economía se dio en 1928, gracias a la mente del joven y brillante matemático inglés Frank Ramsey (1903-1930). Ramsey fue miembro de la exclusiva y secreta sociedad de los Apóstoles, en la Universidad de Cambridge

(Inglaterra). Ramsey fue muy cercano a los también miembros Bertrand Russell y John Maynard Keynes. A los 19 años escribió una crítica tan devastadora a la tesis que Keynes había escrito sobre probabilidades, que este decidió abandonar cualquier esperanza de seguir una carrera en matemáticas (Nasar 2011). Su artículo pionero traducido al español se titula "Una teoría matemática del ahorro" (Ramsey 1928). En su versión actual (D. Romer 2019) se puede expresar de la siguiente manera:

Sea $u(c_t)$ la función de utilidad del individuo que está definida en todos los reales no negativos, es estrictamente creciente, experimenta utilidad marginal decreciente (o sea, es cóncava) y es dos veces diferenciable. La población L_t, que se supone empleada, es inicialmente L_0 y crece a una tasa n, por lo que $L_t = L_0 \, exp \, (nt)$. La utilidad total que experimenta cada hogar, traída a valor presente a una tasa de descuento ρ, es igual a:

$$\int_0^\infty exp \, (-(\rho - n)t) \; u(c_t)dt$$

La función de producción, que tiene dos argumentos, capital y trabajo, está representada por $Y_t = F(K_t, \, L_t)$ y se asume homogénea de grado uno, lo cual permite expresar el producto per cápita en términos per cápita $y_t = f\,(k_t)$. Debido a la fórmula de Euler para las funciones homogéneas, este supuesto permite también asegurar que en los mercados competitivos cada factor reciba como pago su productividad marginal $R_t = f'(k_t)$ para el capital, y $w_t = f\,(k_t) - k_t f'(k_t)$ para el trabajo, distribución que agota la producción.

En cuanto a la dinámica de los activos per cápita,[3] $\dot{a}_t$, que pueden ser negativos (deuda), se tiene que su dinámica depende de varios factores: la tasa de interés (R_t) neta de depreciación (δ) que ganan los activos ($R_t - \delta$); la tasa de crecimiento de la población –que impone la necesidad de dotar de activos per cápita a quienes se incorporan a la economía–, y de cuánto se ahorra del salario ($w_t - c_t$). En total:

$$\dot{a}_t = (R_t - \delta - n)a_t + w_t - c_t$$

[3] Recordemos que usamos la notación $\frac{da_t}{dt} = \dot{a}_t$.

Por lo tanto, el problema que enfrenta un hogar es encontrar una trayectoria de consumo y, en consecuencia, de ahorro que le permita maximizar su utilidad presente:

$$\underset{c_t}{Max} \int_0^{\infty} exp\ (-(\rho - n)t)\ u(c_t)dt$$
$$s.a.\ \ \dot{a}_t = (R_t - \delta - n)a_t + w_t - c_t$$

Este tipo de problemas de optimización tienen condiciones de borde, que nos marcan en qué punto está el sistema al inicio del tiempo (en este caso $a_0 = k_0$), y lo que se denomina condición de transversalidad, que nos indica cómo debe estar el sistema en el tiempo final. Adicionalmente, en este problema en particular, necesitamos lo que se conoce como condición de no-juego-de-Ponzi.

La condición de no-juego-de-Ponzi se llama así en *honor* a Charles Ponzi, estafador de inicios del siglo XX, que creó un esquema para pescar incautos que invertían su dinero con expectativas de altísimos rendimientos. Al inicio, estas expectativas se cumplían porque Ponzi usaba una parte de las inversiones de nuevos incautos para pagar los rendimientos de los primeros y, la otra, para financiarse un lujoso modo de vida. Por supuesto, esta dinámica es insostenible y, más temprano que tarde, quienes invierten al último pierden su inversión. En nuestro caso, lo que se quiere evitar es la posibilidad de que un hogar financie su consumo con deuda y que pague los intereses que esta genera con más deuda.

Por su parte, la condición de transversalidad, cuando el tiempo es finito, puede requerir de un *stock* de capital determinado cuando se acabe el tiempo, o de que el valor de cualquier unidad de capital existente a ese momento sea cero. Para el caso del tiempo infinito y el modelo que nos ocupa, Acemoglu (2009) demuestra que la condición de transversalidad y la condición de no-juego-de-Ponzi nos llevan a:

$$\lim_{t \to \infty} \left[a_t exp \left(- \int_0^t (R_s - \delta - n)ds \right) \right] = 0$$

Usando el principio del máximo de Pontryagin (Acemoglu 2009), el problema así planteado puede conducir a un par de ecuaciones diferenciales

cuya representación en un diagrama de fases es posible. El sistema de ecuaciones diferenciales es el siguiente:

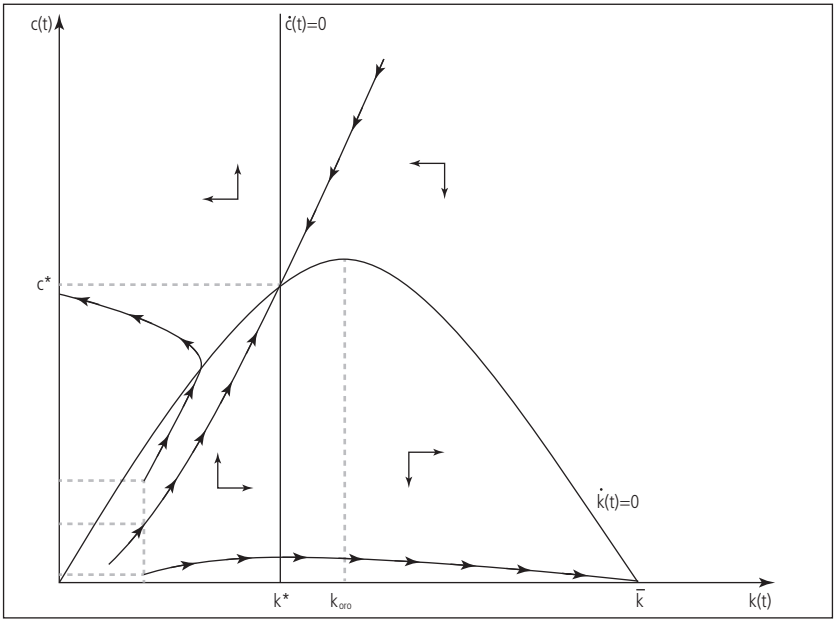
$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = -(R_t - \delta - \rho)\,\frac{u''(c_t)c_t}{u'(c_t)}$$

$$\dot{k}_t = f(k_t) - (n + \delta)\,k_t - c_t$$

La primera establece que el consumo crecerá (recordemos que $u''(c_t) < 0$) a una tasa proporcional al exceso del rendimiento del capital sobre la tasa de depreciación y la tasa de descuento. La segunda ecuación significa que el producto per cápita tiene como destino el consumo, cubrir la depreciación, dotar de capital a los nuevos miembros de la familia y la variación de capital per cápita.

En la figura 2.3 se muestra el diagrama de fases de este sistema de ecuaciones diferenciales. La línea vertical $\dot{c}_t = 0$ ocurre cuando el *stock* de capital

Figura 2.3. El equilibrio de Ramsey



Fuente: Blanchard y Fischer (1989).

per cápita es tal que su rendimiento marginal es igual a la suma de las tasas de descuento y depreciación; denotamos ese nivel de capital como k^*. A la izquierda de ese *locus*, es decir, con niveles de capital menores a k^*, el rendimiento marginal del capital es más alto, que permite a su vez el incremento del consumo. Lo contrario sucede a la derecha de k^*. Mientras, la curva en forma de u invertida corresponde a combinaciones de consumo y capital que mantienen constante el *stock* de capital per cápita. Encima de esa curva, el consumo es tal que reduce k, mientras que debajo sucede lo contrario. La combinación de estos comportamientos nos da como resultado el proverbial punto de silla, con una sola trayectoria convergente hacia el punto de equilibrio, en donde se cortan ambas curvas, y donde ni el capital per cápita ni el consumo varían.

Este modelo y la perspectiva de optimización que plantea tuvieron una repercusión inmensa en la teoría macroeconómica. Entre los que reconocieron muy temprano el valor del aporte de Ramsey están John Maynard Keynes ([1936] 2012) y Harold Hotelling (1931). Este último, citando el aporte de Ramsey, propuso un modelo para optimizar el valor presente de la explotación de un recurso no renovable en un horizonte finito o infinito. Sin embargo, en opinión de destacados teóricos como Richard Stone, Barro y Sala-i-Martin, Kenneth Arrow, entre otros, debieron pasar tres décadas para que la profesión esté en capacidad de entender, apreciar y desarrollar la propuesta de Ramsey (Duarte 2009). El proceso de reconocimiento del trabajo de Ramsey, según varios autores que Duarte cita, se da en un contexto en donde la economía se vuelve cada vez más matematizada, las decisiones de los agentes se entienden como el resultado de un proceso de optimización y se reclaman bases microeconómicas para la macroeconomía.

En ese sentido, en verdad el modelo que nos ocupa es pionero y, como explicamos en la siguiente sección, es el caballo de combate de la macroeconomía hasta la fecha. Dos supuestos clave en esta perspectiva, que nos interesa analizar con mayor profundidad son: 1) que la economía esté compuesta por agentes idénticos, lo que se conoce como el agente representativo, y 2) que los agentes requieran formar expectativas sobre el futuro para poder tomar decisiones en el presente.

Los descendientes del modelo de Ramsey

Desde el punto de vista lógico, el modelo de Solow (1970) –Robert Solow ganó el Premio Nobel de Economía en 1987 precisamente por este modelo– debería ser considerado un caso especial del modelo de Ramsey. En efecto, este último hace endógena y variable la tasa de ahorro, que resulta de un proceso de optimización intertemporal, mientras que Solow asume una tasa de ahorro exógena y constante. A partir de los mismos supuestos de tasa de crecimiento de la población constante *n*, tasa de depreciación δ, pleno empleo y función de producción homogénea de grado uno se arriba a la expresión $\dot{k}_t = sf(k_t) - (n + \delta)\, k_t$. La función de producción per cápita, además de ser cóncava, se supone que cumple con las condiciones de Inada, $\lim_{k\to 0} f'(k) = \infty$ y $\lim_{k\to \infty} f'(k) = 0$. Estas condiciones aseguran la existencia de un punto de equilibrio que además es estable, puesto que si el *stock* de capital per cápita es menor que el capital per cápita de equilibrio, la porción del producto ahorrada será mayor que la requerida para cubrir la depreciación y dotar de capital a los que se unen a la población, lo que hace que $\dot{k}_t > 0$, y viceversa.

El siguiente hito lo marcan Kydland y Prescott (1982), ganadores del Premio Nobel de Economía en 2004. Estos autores asumen una función de producción sujeta a choques tecnológicos aleatorios que pueden cambiar el nivel de producción para el mismo nivel de insumos (*inputs*), capital y trabajo. Todos los mercados son perfectos, incluyendo el laboral; sin embargo, la oferta de empleo ya no es inelástica como en el modelo básico de Ramsey, sino que los agentes obtienen desutilidad al trabajar, por lo que su oferta de trabajo depende del salario real. Así, siguiendo a D. Romer (2019), en específico el quinto capítulo de *Advanced Macronomics*, la función de producción agregada en función del capital y trabajo agregados es $K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$, donde A_t define los cambios en la productividad del trabajo de la siguiente forma:

$$lnA_t = \bar{A} + gt + \tilde{A}_t$$

Donde $\tilde{A}_t$ es el choque tecnológico cuya ley probabilística es $\tilde{A}_t = \rho_A \tilde{A}_{t-1} + \varepsilon_t$, es decir, se trata de un proceso autorregresivo de orden 1, con ε_t que denota el ruido blanco. Introducida la aleatoriedad de esta forma, la función

objetivo de los hogares ya no es determinística, sino que hace referencia al valor esperado de las utilidades en valor presente, dada la información con que se cuenta al momento de tomar la decisión. Concretamente, la función objetivo para los hogares, en tiempo discreto, con una tasa de descuento intertemporal ρ y tasa de crecimiento de la población n es:

$$\sum_{t=0}^{\infty} E\left(e^{-(\rho+n)t}\, u(c_t, l_t) \middle| \Omega_0\right) N_0$$

Donde la función de utilidad ahora depende en forma creciente del consumo per cápita, c_t, y en forma decreciente del trabajo, l_t. Además, Ω_0 representa la información disponible en el tiempo cero, que en este caso es la ley de probabilidad del choque tecnológico –con todos sus parámetros–, la posición inicial A_0 y toda la estructura de la economía y su funcionamiento. Este tipo de modelos, conocidos como modelos de ciclos reales de negocios, no consideran ninguna imperfección en los mercados, por lo que la política monetaria tiene efecto nulo en el sector real; más bien sirven para explicar los ciclos económicos como resultado de los choques tecnológicos. En ese escenario, son los hogares los que deciden trabajar menos cuando un choque negativo en su productividad reduce el pago marginal que reciben por su tiempo de trabajo; es decir, el desempleo es voluntario.

El siguiente hito en el desarrollo de modelos económicos que parten de una perspectiva de optimización consistió en introducir rigideces nominales, esto es, algún mecanismo que retrase el ajuste de los precios ante choques reales o monetarios. De esta manera, por ejemplo, una expansión monetaria tendría efectos reales (incremento de la producción), mientras que los precios se ajustarían lentamente a su nuevo nivel de equilibrio.

Entre los mecanismos que introducen rigidez están los costos de menú, donde los productores deben tomar en cuenta cuál es el nuevo precio de equilibrio y también el costo de cambiar el etiquetado de ese precio en sus productos y catálogos. Los llamados precios a la Calvo, últimamente, son los más populares. En este mecanismo se asume que las empresas no pueden cambiar los precios cuando quieran, sino de acuerdo con un calendario de turnos aleatorios (D. Romer 2019). El resultado es, una vez

más, que los hogares y las empresas tienen que tomar sus decisiones de consumo, producción e inversión con base en sus expectativas sobre la trayectoria futura de las variables macroeconómicas, que son variables aleatorias, debido a los procesos aleatorios introducidos en las funciones de política monetaria, choques tecnológicos o posibilidades de actualización de precios, según el caso.

No es nuestra intención abordar los diferentes tratamientos técnicos que se han desarrollado alrededor de estos modelos de optimización dinámica, sus diversos tipos de rigideces nominales y clases de choques aleatorios, que constituyen los llamados modelos DSGE.[4] Orientamos nuestro objetivo a describir cómo el paradigma de la optimización dinámica llega desde la física hasta la macroeconomía y requiere que los agentes tomen decisiones sobre previsiones o expectativas de las variables macroeconómicas fundamentales, por lo que pone sobre el tapete de discusiones la formación de las expectativas.

En las primeras versiones de mercado competitivo del modelo de Ramsey, cada uno de los agentes toma como dada la trayectoria determinística de la tasa de interés, la que a su vez depende del *stock* de capital que, a la vez, depende de las decisiones de ahorro de una colección de individuos exactamente iguales. Esta evidente circularidad se puede abordar con una definición de equilibrio esencialmente igual al concepto de equilibrio de Nash y Bertrand. Cada agente encuentra su trayectoria óptima de ahorro, dado el comportamiento de ahorro de los demás agentes, que a su vez define el agregado del *stock* de capital, su productividad marginal y, por tanto, la trayectoria de la tasa de interés. Pese a que desde el punto de vista lógico esta definición de equilibrio es inobjetable, queda pendiente responder cómo los agentes son capaces de prever el comportamiento futuro de los otros agentes. En otras palabras, el problema de la generación de las expectativas no se resuelve simplemente asumiendo que los agentes son capaces de predecir el futuro, que depende de agentes idénticos a ellos y, por tanto, están tomando las mismas decisiones.

[4] Una revisión amplia de estos modelos, sus potencialidades y problemas podemos hallarla en D. Romer (2019). Stiglitz (2018) hace una crítica sólida a los modelos DSGE. Christiano, Eichenbaum y Trabandt (2018) defienden este tipo de modelos.

Los desarrollos posteriores de los modelos de ciclos reales de negocios y de los modelos DSGE introducen variables aleatorias cuyas leyes de probabilidad son fijas y conocidas por los agentes. Se trata, entonces, de situaciones de riesgo; es decir, en cada momento los agentes conocen cuál es el conjunto de eventos posibles en el futuro y son capaces de asignar una probabilidad de ocurrencia a cada posible evento. Para modelar la toma de decisiones en situaciones de riesgo, Von Neumann y Morgenstern (1944) propusieron un conjunto de axiomas sobre las preferencias de los individuos con respecto a las loterías (variables aleatorias). De cumplirse estos axiomas, la función objetivo de los agentes es la utilidad esperada, o sea, el promedio de las utilidades que daría como resultado cada una de las posibles situaciones, ponderadas por la probabilidad de ocurrencia de cada escenario, que es el enfoque utilizado en los modelos que hemos descrito. Sin embargo, la evidencia empírica no parece acompañar este enfoque.

La corriente principal aborda la formación de expectativas a través de la teoría de las expectativas racionales. Más adelante analizaremos de qué se trata esta teoría y las dificultades con las que se encuentra cuando el sistema dinámico, al que hacen referencia las expectativas racionales, presenta equilibrios múltiples. Asimismo, detallaremos por qué la no unicidad del equilibrio es lo que se debe esperar frecuentemente en los sistemas económicos.

En cuanto a la aleatoriedad introducida en estos sistemas dinámicos, veremos que el carácter aleatorio de un sistema dinámico formado por agentes que guían sus decisiones sobre la base de sus expectativas puede ser intrínseco al sistema proveniente, por ejemplo, de las leyes de probabilidad que rigen la actualización de los precios a la Calvo o los choques tecnológicos. No obstante, también puede tratarse de aleatoriedad extrínseca, cuyo origen se explica por la multiplicidad de expectativas que pueden ser consistentes con la aleatoriedad intrínseca, lo cual significará que la trayectoria que tome el sistema finalmente dependerá de lo que los agentes crean que sucederá.

Capítulo 3
Interpretaciones erradas de la física y la matemática en la economía, y la mirada de los físicos

El concepto de equilibrio, la programación matemática y la optimización intertemporal son desarrollos conceptuales que la economía le debe a la física y a la matemática. Se puede discutir si le han sido útiles como disciplina o si, por el contrario, han originado un desvío en el desarrollo teórico de la economía y, en general, de las ciencias sociales, pero no cabe duda de que se han convertido en conceptos y herramientas fundamentales en la práctica profesional de los economistas.

En esta sección abordamos dos conceptos de la física que han causado confusión, especialmente entre algunos economistas heterodoxos, pues se han convertido en fuente de críticas erradas a la teoría de la corriente principal y han debilitado posiciones alternativas. Nos referimos a los conceptos de sistemas conservativos-no conservativos y ergodicidad. Más que hacer una crítica global a las escuelas heterodoxas, de donde provienen críticas sólidas a la visión neoclásica, nos centraremos en ejemplificar la mala interpretación y uso de conceptos de la matemática y la física en las ciencias sociales, lo que ocasiona el desperdicio de esfuerzos intelectuales en direcciones equivocadas.

Sistemas conservativos-disipativos y reversibilidad del tiempo

Siguiendo a Mas-Colell, Whinston y Green (1995), partamos del problema de un consumidor que tiene preferencias racionales, continuas y, para asegurar la existencia de funciones de demanda, estrictamente

convexas. En estas condiciones, la maximización de la utilidad sujeta a la restricción presupuestaria siempre tendrá solución, debido a que se trata de maximizar una función continua, la de utilidad, en un conjunto cerrado y acotado de $\mathbb{R}^L$.[1] Sabemos también que tiene su problema dual: encontrar la canasta $h(P, \bar{u})$ tal que garantice un mínimo de utilidad, donde $\bar{u}$ es la de menor costo a los precios P:

$$h(P, \bar{u}) = Arg\,(\min_{u(\mathrm{h})\geq \bar{u}} Ph)$$

Y su correspondiente función de gasto es

$$e(P, \bar{u}) = \min_{\{h:u(h)\geq \bar{u}\}} Ph$$

Asimismo, sabemos que si las derivadas parciales de la función de gasto existen, entonces

$$\nabla e(P, \bar{u}) = \left[\frac{\partial e\ (P, \bar{u})}{\partial P_i}\right]_{i=1\ \ldots L} = h(P, \bar{u})$$

El vector $[h_1(P, \bar{u}), \ldots, h_L(P, \bar{u})]$ es asignado a cada punto $P \in \mathbb{R}^L_+$, lo cual convierte a esta relación en un campo vectorial. Podemos escribir la matriz hessiana de la función de gasto, que es la jacobiana del vector de demanda así:

$$\left[\frac{\partial^2 e\ (P, \bar{u})}{\partial^2 P_i P_j}\right]_{i=1\ \ldots L}^{\mathrm{j}=1\ \ldots L} = \left[\frac{\partial h_i\ (P, \bar{u})}{\partial P_j}\right]_{i=1\ \ldots L}^{\mathrm{j}=1\ \ldots L}$$

En virtud de la ecuación de Slutsky (Mas-Colell, Winston y Green 1995, 71), esta matriz es

$$[D_P^2 e(P, \bar{u})] = [\ D_p x(P, w) + D_w x(P, w) x(P, w)]$$

[1] La continuidad de las preferencias no es condición necesaria ya que, por ejemplo, con las preferencias lexicográficas, que no son continuas, sí hay solución al problema del consumidor, la cual involucra gastar todo el presupuesto en el primer ítem.

Debido a que la función de gasto es cóncava, esta matriz es semidefinida negativa. Adicionalmente, puesto que hemos partido de preferencias racionales, la matriz es simétrica (Mas-Colell, Winston y Green 1995).

El hecho de que un campo vectorial tenga una matriz jacobiana simétrica tiene un profundo significado en la física, porque en general significa que existe un campo escalar cuyo gradiente es, en efecto, el campo vectorial[2] (Spiegel, Lipschutz y Spellman 2009). Esto implica que se trata de un campo conservativo donde se cumple de forma equivalente que la integral de línea entre dos puntos en ese campo vectorial es independiente del camino seguido; y que la integral de línea en un camino cerrado es igual a cero, entre otras propiedades. La conservación de la energía en el sistema suele estar asociada a que la dinámica del sistema es reversible en el tiempo, esto es que "el movimiento inverso satisface las mismas leyes de movimiento que el movimiento de avance." (Lamb y Roberts 1998, 2). Esto quiere decir que no se puede distinguir entre la dinámica del sistema con el tiempo con signo positivo (avanzando) y el tiempo con signo negativo (retrocediendo). Un ejemplo de un sistema reversible en el tiempo es el de un péndulo oscilando sin fricción y, así mismo, si introducimos fricción, será fácil saber si el tiempo está avanzando o retrocediendo, porque el péndulo tiende a detenerse o empieza a oscilar desde un estado inicial estático. De hecho, la introducción de fricción suele ser suficiente para que un sistema físico no muestre reversibilidad del tiempo (Lamb y Roberts 1998).

En economía, específicamente en microeconomía, en el caso de la matriz de Slutsky, que es la jacobiana de la demanda hicksiana, si es simétrica y semidefinitiva negativa, significa que existe una función que va de los precios a los números reales (la función de gasto) cuya gradiente es la demanda hicksiana, y su segunda derivada es la matriz de sustitución de Slutsky (Hosoya 2016). ¿Qué significado económico tiene esto? En 1947, Samuelson ya abordó esta cuestión afirmando que este tipo de conclusiones estaban justo un poco más allá del límite de lo que podía ser entendido sin la ayuda de las matemáticas (Mas-Colell, Whinston y Green 1995). En

[2] En tres dimensiones, por ejemplo, la simetría de la matriz jacobiana significa que el rotacional es cero; si el dominio del campo vectorial es un espacio simplemente conexo, esto asegura el carácter conservativo del campo vectorial.

concreto, al pasar de un vector de precios a otro, la función de gasto no depende del camino que se siguió para hacer el incremento, lo cual tiene sentido si las preferencias permanecen constantes. La interpretación de las implicaciones de esta expresión matemática para el funcionamiento de la economía real no va más allá de eso.

Sin embargo, el hecho de que en física la simetría de la matriz jacobiana del espacio vectorial esté relacionada con la conservación de la energía del sistema ha causado confusión entre algunos economistas. Ellos han interpretado que el uso del cálculo variacional implica necesariamente la existencia de alguna cantidad que se conserva, o que el tiempo se asume reversible en todo modelo de la economía neoclásica. Fruto de esta confusión, surge una generalización errada sobre los modelos neoclásicos. Por ejemplo, Chick (1995, 23), una de las académicas más respetadas entre los economistas poskeynesianos, afirma que esta corriente heterodoxa tiene tres principios básicos:

- La teoría debe ser una abstracción realista, no modelos de una economía imaginaria.
- La macroeconomía tiene su propia validez al lado de la micro.
- Finalmente, el principio que nos concierne en este momento hace referencia al tiempo. Chick dice que "el sistema económico se halla comprometido en tiempo real, irreversible, histórico, y la teoría debería capturar este hecho".

Hay un sentido en el cual el llamado de Chick es pertinente: uno de los pecados que comete la economía cuando trata de emular a la física es su pretensión de ahistoricidad y generalidad. Ya ganaríamos bastante si pudiésemos entender una sociedad en concreto en un periodo histórico determinado, en lugar de perseguir la quimera de leyes generales aplicables a todo lugar y tiempo. No obstante, la relevancia que esta autora le concede a la irreversibilidad del tiempo, como marca distintiva de esta corriente heterodoxa, es equivocada porque, contrario a lo que Chick y otros críticos suponen, la corriente neoclásica no es completamente ajena a este principio.

Asimismo, Mirowski (1989, 197) se excede en su extrapolación de las consecuencias de adoptar las herramientas de la física del siglo XIX para incorporarlas a la teoría económica cuando dice que "los neófitos neoclásicos habían adoptado de esa forma un modelo de un mundo perfectamente reversible". Más aún, el autor confunde hamiltonianos conservativos con el principio variacional en la física al expresar que

> el estilo contrastante de la física asociado con Laplace se casó con una ontología del atomismo y postuló que el paradigma de toda ciencia son los principios variacionales. Según este último punto de vista, la ciencia era indiferente a la historia porque postulaba su objetivo como ecuaciones deterministas y, por tanto, totalmente reversibles (Mirowski 1989, 201).

Primero, notemos que el principio de mínima acción (por ejemplo, en la formulación de Lagrange) se puede aplicar tanto a los sistemas que son conservativos como a aquellos que no los son. Segundo, el uso del concepto de campo vectorial tampoco compromete al modelo a asumir simetría en el tiempo, porque existen campos vectoriales no conservativos en los cuales el tiempo es irreversible (Spiegel, Lipschutz y Spellman 2009, cap. 4).

Ya en el campo de la economía, citando tan solo un ejemplo, D. Romer (2019) propone un modelo de inversión con costos de ajuste que cumplen el papel de la fricción en los modelos de sistemas físicos no conservativos, por lo que se trata de un modelo neoclásico no conservativo. Este no constituye un caso aislado, porque casi todos los modelos de Ramsey adaptados a una economía abierta asumen algún tipo de costo de ajuste en la instalación del capital (Blanchard y Fischer 1989). En consecuencia, no son sistemas reversibles. Los sistemas markovianos finitos, que pueden representarse con matrices markovianas, son también de uso común en la economía. Estos procesos son reversibles solamente si la generación de entropía de la matriz es cero, es decir la matriz es balanceada (Da-Quan, Quian y Quian 2004), lo que constituye un requisito tan fuerte que pocas veces se cumple.

Si queremos una función de gasto no conservativa, lo primero que necesitamos es introducir el tiempo[3] en el modelo y, entonces, será suficiente hacer que las preferencias cambien con el consumo. Esto pasa en el caso de las adicciones, y también puede ocurrir en la adopción de dietas alimenticias, cuando, por ejemplo, la abstinencia de comer carne la convierte en un alimento repugnante para los vegetarianos, es decir, el patrón de consumo ha cambiado las preferencias (Basu 2003, 46). Obviamente, esto significa una ruptura de la transitividad de las preferencias pensadas dinámicamente y, por tanto, de la simetría de la matriz de sustitución, señal de que estamos en un sistema no conservativo.

Es verdad que las preocupaciones de los poskeynesianos respecto al tiempo van más allá de su reversibilidad en algunos modelos neoclásicos, pues hacen referencia a la incertidumbre, al concepto de un equilibrio dinámico, etc. En efecto, ahí hay fuentes importantes de crítica y futuros desarrollos en la teoría económica. Sin embargo, considerar el tiempo no reversible como uno de los pilares de su posición teórica es ciertamente un error.

Ergodicidad

Existen economistas que, en su intento de corregir los errores metodológicos de aplicar la física en la economía, reproducen el mal uso de las matemáticas en la disciplina. Este es el caso de la crítica que hace la escuela poskeynesiana a la escuela neoclásica con respecto al concepto de ergodicidad. En esta sección empezaremos por definir claramente el concepto de ergodicidad para series temporales y procesos markovianos. Luego mostramos que la escuela poskeynesiana ha resaltado como uno de sus pilares teóricos su concepción de la economía como un sistema no ergódico, en contraposición a la escuela neoclásica –y en general, a la corriente principal– a la que acusa de entender el sistema económico como ergódico. Finalmente, argumentamos por qué este es un buen

[3] Recordemos que el problema del consumidor que hemos expuesto, en el cual han aparecido los campos vectoriales y su función de la que son gradiente, es estático.

ejemplo del mal uso que hacen algunos economistas de los conceptos originales de la física, pero que luego tuvieron su desarrollo pleno en la matemática.

Qué es la ergodicidad

Existen diversas maneras de definir ergodicidad, según el contexto teórico en el que se trabaje. Por ejemplo, Ross y Pekoz (2007) la definen como el conjunto de eventos de cola que constituyen una sigma-algebra trivial invariante en un contexto de procesos estocásticos adaptados a filtraciones. Para el análisis que hacemos más adelante basta aproximarnos al concepto de ergodicidad en tres versiones: 1) en su concepción original, 2) para series temporales y 3) para procesos markovianos. Estas dos últimas herramientas son de aplicación común en economía y nos permitirán evaluar el uso del concepto en esta disciplina.

La definición original de ergodicidad desarrollada en la física es la siguiente: consideramos un espacio X, llamado también espacio de fases, y un mapa autónomo (que no depende del tiempo) que nos dice cómo los puntos en X evolucionan en el tiempo tal que: $T: X \rightarrow X$. Así, una secuencia $\{x, T^1(x), T^2(x), T^3(x), ...\}$ se conoce como la trayectoria de x. Vamos a requerir un espacio probabilístico $\{X, \beta, \mu\}$ donde β es una σ-algebra y μ es una medida de probabilidad, ambas definidas sobre X. Definimos $T^{-1}(A) = \{x \in X: T(x) \in A\}$, donde $A \in \beta$. Decimos que T es medible si $\forall A \in \beta$: $T^{-1}(A) \in \beta$. Finalmente, T es una transformación que preserva la medida si $\forall A \in \beta$: $\mu(T^{-1}(A)) = \mu(A)$. En este marco, la primera definición de ergodicidad es: un sistema dinámico $[X, \beta, \mu, T]$ que preserva la medida es ergódico si y solo si

$$\int_x f(x)d\mu = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} f(T^j(x_0))$$

Para cualquier f integrable, en el sentido de Lebesgue, para casi todo estado inicial x_0. A la izquierda tenemos el promedio *espacial* de f y a la derecha, el promedio de f en una trayectoria de T, donde x_0 es el estado inicial.

Intuitivamente, la definición dice que, sin importar donde empieza, la trayectoria de T *cubre* o *recorre* todo X de manera *uniforme* en el sentido de la medida μ. Si bien se habla de $\int_x f(x)d\mu$ como el promedio espacial, se refiere al espacio de estados del sistema dinámico, no necesariamente a un espacio geográfico o a una población. Para aplicar el teorema con la interpretación similar a una de estas dos últimas, se debe demostrar que se trata del espacio de estados del sistema dinámico en cuestión. De cumplirse la propiedad ergódica así definida, el investigador podría predecir el valor promedio de una función de una trayectoria –la utilidad promedio de una trayectoria de consumo, por ejemplo– usando un promedio de un corte transversal en el espacio de los eventos, en este caso la utilidad promedio de la población.

Las series temporales son de uso común en econometría, por lo que vale analizar la definición restringida de ergodicidad para la media (Hamilton 1994). Consideremos una serie de tiempo $\{Y_t\}$ covarianza-estacionaria –es decir, cuyos primero y segundos momentos no dependen del tiempo– de media y de la cual observamos una realización $\{Y_1^{(1)}, Y_2^{(1)}, ..., Y_T^{(1)}\}$. La segunda definición de ergodicidad es: la serie será ergódica para la media cuando $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} Y_j^{(1)} = y$. Hassler (2017) demuestra que la condición necesaria y suficiente para obtener esta propiedad es

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \gamma_j = 0 \quad (1)$$

Donde $\gamma_j = E[(Y_t - y)(Y_{t-j} - y)]$ es la autocovarianza de la serie. La intuición de este concepto es que, para calcular la media de una serie econométrica, cuya media y varianza no dependen del tiempo, promediando las observaciones de la serie, es necesario que esta recorra con suficiente *fluidez* el soporte del proceso estocástico, sin detenerse *demasiado* –en un sentido definido por la medida probabilística de la serie– en ninguna región particular de ese soporte. Tal hecho se garantiza cuando la autocovarianza de la serie es más bien pequeña a lo largo de todo el proceso; o sea, cuando el valor que toma una variable aleatoria en un momento determinado no depende demasiado, en el sentido de la ecuación (1), del pasado.

Ahora, continuamos con la definición de ergodicidad para un proceso markoviano discreto y finito ϱ_t, indexado en tiempo discreto, que puede tomar uno de los N posibles estados $S = \{s_1, s_2, ..., s_N\}$. El estado en el que se encuentre el sistema en el tiempo t+1 solo depende del estado del sistema en el tiempo t de acuerdo con una ley probabilística $m_{i,j} = P(\varrho_{t+1} = s_i | \varrho_t = s_j)$. Esto significa que el estado futuro del sistema depende únicamente del presente y no de cómo el sistema llegó a ese presente, lo que se conoce como la propiedad markoviana. Matricialmente, la distribución de probabilidad del estado del sistema evoluciona de la siguiente manera, donde la flecha indica vector (columna):

$$\vec{\varrho}_{t+1} = M\vec{\varrho}_t$$

Notemos que las columnas de la matriz $M = [m_{i,j}: i,j = 1 ...N]$ deben sumar uno. Vamos a necesitar algunas definiciones. Si la matriz M la podemos escribir reordenando los estados si es necesario, como un ordenamiento de las matrices de esta forma: $M = \begin{bmatrix} B & C \\ 0 & D \end{bmatrix}$, significa que si el sistema entra en los primeros estados (el grupo agregado en las columnas de la matriz B, donde B es una matriz cuadrada), ya no sale de ese grupo de estados. Esto se debe a que el elemento cero en la matriz indica que si el sistema está en uno de esos estados, la probabilidad de que pase al complemento de este grupo es igual a cero. Cuando es posible escribir M de este modo, decimos que el proceso es reducible; cuando no, el proceso es irreducible.

Puesto que las columnas de la matriz M suman uno, el vector unidad es un vector propio de su traspuesta, M', y su correspondiente valor propio (uno) también es valor propio de la matriz M. Llamemos Ω al vector propio asociado al valor propio uno, normalizado para que sus componentes sumen uno. Si esta matriz tiene un solo valor propio igual a la unidad y los demás con módulo menor que uno –recordemos que los valores propios pueden ser números complejos–, entonces decimos que la matriz y el proceso son ergódicos. Se puede demostrar que, si la cadena markoviana es ergódica, entonces se puede escribir:

$$\lim_{n\to\infty} M^n \vec{\varrho}_0 = \Omega$$

Donde $\vec{\varrho}_0$ es cualquier vector de componentes no cero que sumen uno, es decir, un vector que representa cualquier estado inicial del sistema. La fórmula significa que, desde cualquier estado inicial, el sistema llega tan cerca como queramos a un vector único Ω que depende solo de la matriz *M* y que representa la distribución de probabilidades del sistema en ese, tal vez lejano, futuro. A Ω se le conoce como la distribución ergódica del proceso.

Llamamos el tiempo de llegada a $T_l^r = min\{n \geq 1: \varrho_n = l\}$, el tiempo más pequeño de llegada al estado *l*. Mientras que el tiempo esperado de recurrencia es igual a $\tau_i^i = E[T_i^r | \varrho_n = i]$, que es el tiempo promedio que toma el sistema en regresar a su estado inicial. Si este tiempo promedio de recurrencia es finito para ese estado, decimos que el estado es positivamente recurrente. Llamamos periodo del estado *i* al máximo común divisor del conjunto $\{n \geq 1: [M^n]_{i,i} > 0\}$, donde $[A]_{i,i}$ es el *i*-ésimo componente de la diagonal de la matriz *A*. Para entender este concepto, pensemos en un proceso markoviano y su estado *i*, y digamos que su periodo es tres. Esto significa que es positiva la probabilidad de que vuelva al estado *i* en el tiempo tres, seis, nueve, etc., mientras que es nula en los tiempos restantes. El estado cuyo periodo es uno, se llama aperiódico. Cuando todos los estados de una cadena de Markov son aperiódicos y positivamente recurrentes y la cadena no es reducible, se considera una definición alternativa de ergodicidad (Borovkov 1994, 3-7).

Intuitivamente, una cadena de Markov no será ergódica si 1) hay estados que, a partir de algún momento, ya no son visitados, lo que restringe las realizaciones del proceso a un subconjunto de estados; o, 2) la serie muestra comportamiento periódico, es decir, regresa con regularidad a, al menos, un estado. Como veremos, estas propiedades de las cadenas ergódicas de Markov son contrarias a la interpretación que los poskeynesianos hacen del concepto.

Cuando una cadena de Markov es ergódica, no solo que la distribución ergódica Ω existe y el sistema converge hacia ella, sino que puede ser estimada (digamos, puede ser conocida) con base en las observaciones de las realizaciones del sistema en el tiempo

$$\Omega_i = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N} 1_{\{\varrho_t = i\}}$$

Debemos notar que la ergodicidad de la cadena nos asegura que su distribución empírica converge hacia la distribución ergódica, es decir, constituye una propiedad de cercanía entre estas dos distribuciones que se registra a partir de un instante específico en adelante, dependiendo de la cercanía que queremos entre ambos vectores. No sabemos qué tanto tiempo tomará alcanzar ese instante. Este es un hecho que se debería tener en cuenta al momento de usar este tipo de convergencias en la toma de decisiones humanas que requieren de su propia temporalidad.

El (mal)uso de la ergodicidad en economía

En esta sección analizamos algunos de los usos que se ha dado a la ergodicidad en economía, destacando la importancia que la escuela poskeynesiana ha otorgado a tales usos y cómo esto resultó en un desvío inadecuado del análisis de las decisiones humanas en el cual se debería incluir muy seriamente la incertidumbre.

La escuela poskeynesiana ha resaltado como uno de sus pilares teóricos su concepción de la economía como un sistema no ergódico, en contraposición a la escuela neoclásica –y, en general, a la corriente principal– a la que acusa de entender el sistema económico como ergódico. Así, una de sus más distinguidas representantes, Sheila Dow (2005, 386) dice que la economía de la corriente principal se basa en "el axioma de la sustitución bruta, el axioma de los reales [entendemos que se refiere a la separación de la esfera real y monetaria, es decir, la neutralidad del dinero, n.d.a.] y el axioma de un mundo económico ergódico". La autora parece entender el concepto de ergodicidad como, al menos, condición necesaria para la estabilidad cuando advierte que "no hay razón para presumir que tales estructuras permanezcan estables; el sistema económico es no ergódico" (Dow 2005, 387).

Por supuesto, el autor que más ha insistido sobre el (mal)uso del concepto es Paul Davidson (2009, 328), otro prominente miembro de esta escuela, quien afirma que "el axioma ergódico, por lo tanto, asegura que el resultado asociado con cualquier tiempo futuro puede ser confiadamente predicho por el análisis estadístico de datos ya en existencia". Este autor asegura que fue Keynes quien rechazó tal axioma, pero, desde nuestro

punto de vista, lo que Davidson está haciendo es reducir el concepto de incertidumbre keynesiana, que describe correctamente al inicio de la siguiente cita, a un concepto matemático que no corresponde cuando explica que "esencialmente, Keynes vio el sistema económico moviéndose a través del tiempo desde un pasado irrevocable hacia un futuro incierto, no predecible estadísticamente. Esto hizo que Keynes rechazara el axioma ergódico" (Davidson 2015, 381).

Lavoie (2014, 36), otro de los autores fundamentales de esta escuela, afirma que

> la importancia del tiempo también está relacionada con la noción de no ergodicidad planteada por Davidson (1982-83), lo que significa que los promedios de tiempo y espacio pueden no coincidir, lo que implica que no podemos confiar en los promedios actuales o pasados para descubrir qué debería suceder en el futuro.

La definición de ergodicidad que usa Lavoie es la primera que explicamos en la sección anterior, aunque no queda claro si entiende que el espacio al que se refiere no es necesariamente un espacio geográfico o el espacio geométrico en el que nos movemos, sino que es el espacio de posibles estados del sistema. Así, un sistema económico se puede mover en un espacio conformado por tasas de crecimiento del producto, saldos de balanza comercial, desempleo, consumo, inversión, etc. Queda claro, eso sí, que no ergodicidad para este autor significa que no se puede predecir el futuro basándose en la información que se tiene hasta el presente, lo que amplía más adelante diciendo: "un entorno no ergódico es un entorno de incertidumbre fundamental" (Lavoie 2014, 37). Todos sus buenos deseos metodológicos y epistemológicos parecen caber debajo del paraguas de tan complicada palabra, cuando Lavoie (citando a Fontana y Gerrard 2014, 75) explica que "la libertad de elección individual solo es compatible con un mundo no ergódico, dependiente de la trayectoria, sujeto a la posibilidad continua de un cambio estructural impredecible".

En definitiva, en esta escuela ergodicidad parece significar, al menos, estabilidad y predictibilidad. Empecemos analizando la relación entre

predictibilidad y ergodicidad, usando la segunda y tercera definición que hemos hecho anteriormente. Para ello, recurrimos a un clásico ejemplo de una serie que es covarianza-estacionaria: $\{\pi_t\}$ es un ruido blanco gaussiano, es decir, π_t y π_{t+k} son independientes para todo $k \in \mathbb{Z}$, y la distribución de cada $\pi_t \sim N(0, \sigma_\pi^2)$. Añadamos una variable aleatoria $\vartheta \sim N(0,1)$, independiente de π_t, para crear $\tau_t = \varepsilon\pi_t + \vartheta$, donde ε es un número real positivo, del tamaño que queramos, por lo que τ_t podría depender tanto como queramos de ϑ. Por lo tanto,

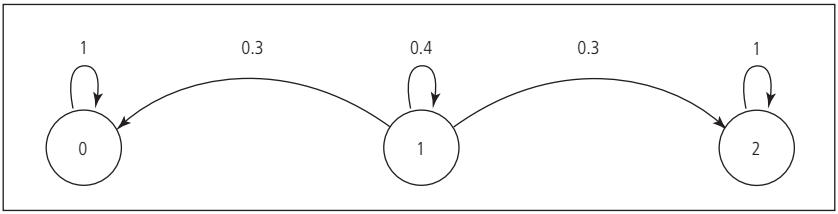
$$E(\tau_t) = E(\varepsilon\pi_t + \vartheta) = 0$$
$$\gamma_k = E(\tau_t \tau_{t-k}) = E[(\varepsilon\pi_t + \vartheta)(\varepsilon\pi_{t-k} + \vartheta)] = 1, \text{ para } k \neq 0, \text{ y}$$
$$V(\tau_t) = \varepsilon^2\sigma_\pi^2 + 1$$

Se trata de un proceso covarianza-estacionario y no de un proceso ergódico, porque no cumple la condición (1):

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \gamma_j = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} 1 = 1$$

Notemos que el valor de ϑ, una vez realizada esta variable aleatoria, permanece constante o, dicho de otro modo, es un valor conocido después del tiempo inicial. Para valores muy pequeños de ε, la innovación $\varepsilon\pi_t$ puede ser tan pequeña como queramos respecto a ϑ; o sea, τ_t se vuelve prácticamente constante, esencialmente predecible. Si estamos en t_1, podemos predecir que $\vartheta - 2\varepsilon\sigma_\pi \leq \tau_{t_1+1} \leq \vartheta + 2\varepsilon\sigma_\pi$ con el 95 % de confianza. Entonces, esta serie de tiempo es predecible, pero no ergódica.

Figura 3.1. Un proceso markoviano



Un ejemplo adicional a partir de la tercera definición se encuentra en la figura 3.1, en la cual vemos una cadena de Markov que es reducible. Una vez que el sistema llega al estado cero o al dos, se queda ahí, por lo que decimos que son estados absorbentes. Si un agente tiene que tomar una decisión en el tiempo cero, y el sistema está en cero o en dos, el agente tiene certidumbre; si el sistema está en el estado uno, es perfectamente posible calcular las probabilidades de que en el tiempo t el sistema siga en el estado uno (que es 0.4^t), llegue y se quede en el estado cero (esto es $(1 - 0.4^t)/2$), o llegue y se quede en el estado dos (es decir $(1 - 0.4^t)/2$). Esto quiere decir que el agente puede asignar probabilidades a cada uno de los posibles estados futuros del sistema y, por tanto, se trata de una situación de riesgo y no de incertidumbre, a pesar de que el proceso no es ergódico de acuerdo con la tercera definición.

Para poner otro ejemplo, recordemos que una matriz de transición markoviana es ergódica si cumple con tres condiciones: es no reducible, positivamente recurrente y no periódica; entonces, un proceso como el siguiente será:

$$\vec{Q}_{t+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \vec{Q}_t$$

Esta matriz tiene tres valores propios reales y repetidos, iguales a uno y tiene, por tanto, periodicidad de tres. En otras palabras, las trayectorias de este proceso son de este tipo: $\{s_1, s_2, s_3, s_1, s_2, s_3, s_1, \ldots\}$, completamente predecibles, pero no ergódicas. Más aún, es razonable calificar como estable a un proceso así.

Ahora, supongamos que $\{Y_j\}$ es una serie ergódica para la media y que requerimos conocer su media y, pues nuestra decisión depende de ese valor. Al ser ergódico para la media, sabemos que $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} Y_j = y$, pero ¿sabemos cuándo el promedio muestral está lo suficientemente cerca de la media poblacional? Por supuesto que no. El concepto de límite nos asegura que esto sucederá a partir de un valor de n que dependerá de la precisión que requerimos en nuestra estimación de la media muestral, nada más. En términos temporales eso significa que si el tiempo de nuestra serie se divide

en días, el acercamiento de la serie a su límite –con la proximidad que deseamos– puede pasar en cuestión de semanas o de siglos: la convergencia se cumple en ambos casos. En términos de las decisiones económicas de los seres humanos, ergodicidad no necesariamente garantiza predictibilidad.

En este sentido, DeMiguel, Garlappi y Uppal (2009) consideran un conjunto de activos financieros y generan simulaciones de retornos de estos activos, perfecta y simplemente ergódicas, a las cuales aplican la fórmula prescrita por el modelo de valoración de activos financieros Capital Asset Pricing Model (CAP-M) y de algunas de sus variantes.[4] Hacen competir estas estrategias entre sí y con una estrategia heurística muy simple: si tenemos N activos, debemos asignar 1/N de la riqueza a cada activo. Entonces, comparan los resultados de cada estrategia usando como indicadores, fundamentalmente, la rentabilidad ajustada por riesgo, que es igual a la rentabilidad dividida para la desviación estándar, y el equivalente cierto, la cantidad que el inversionista aceptaría como equivalente al retorno con riesgo de una cartera dada. Sorprendentemente, la estrategia naíf de dividir el capital en N partes iguales arroja mejores resultados si los tamaños de muestra que se usan para estimar los parámetros no son muy grandes. ¿Qué tan grandes?

> Para los parámetros calibrados con los datos del mercado de valores de EE. UU., encontramos que, para una cartera con solo 25 activos, la ventana de estimación necesaria es de más de 3000 meses, y para una cartera con 50 activos, es más de 6000 meses, mientras que normalmente estos parámetros se estiman utilizando 60 a 120 meses de datos (DeMiguel, Garlappi y Uppal 2009, 1915).

En definitiva, se puede concluir de este resultado que la ergodicidad no asegura predictibilidad, al menos en términos humanos y útiles para la toma de decisiones; ni la no ergodicidad implica que la serie no es predecible en términos que pueden ser prácticos para la toma de decisiones. En este contexto, se puede sospechar que quienes usan este tipo de

[4] Estas variantes están orientadas a reducir la sensibilidad de los resultados a pequeñas variaciones de los parámetros.

terminología para marcar tal diferencia, en realidad usan palabras cuyo significado desconocen.

Una de las críticas más devastadoras al mal uso del concepto de ergodicidad que hace la escuela poskeynesiana proviene de Carrión Álvarez y Ehnts, quienes la publicaron nada menos que en el mismísimo *Journal of Post Keynesian Economics*.

> El término *shibboleth* describe una palabra o dicho usado por los adherentes de un partido, secta o creencia, y generalmente considerado por otros como vacío de significado real. En economía, las discusiones sobre la "ergodicidad" a menudo hacen que uno se pregunte si esto no es un *shibboleth* (Carrión Álvarez y Ehnts 2016, 1).

Los autores destacan que las críticas de Davidson al enfoque neoclásico sobre las expectativas son correctas, pero que la inclusión del concepto de ergodicidad lleva la discusión lejos de los temas prácticos hacia un área poco confortable para la mayoría de los economistas (Carrión Álvarez y Ehnts 2016, 9-10). Rescatando como una discusión relevante si el futuro puede o no ser predicho con base en el pasado, se proponen encontrar el vocabulario adecuado para la discusión, no sin antes decir "cabe señalar que no es la posición neoclásica la que responde afirmativamente y que no es la posición poskeynesiana la que responde negativamente" (10).

Estos autores proponen usar el término *estocástico* para aquellas variables aleatorias que poseen una *probabilidad definida*. No obstante, como hemos visto, que exista una distribución de probabilidad, e incluso que sea estimable en función de un gran número de observaciones, no significa que sea útil para la toma de decisiones de los agentes. Por último, recordemos, gracias a estos autores, que puede haber incertidumbre en sistemas determinísticos, por la ultrasensibilidad a las condiciones iniciales que no conocemos con precisión. Esto quiere decir que la incertidumbre está presente tanto en los sistemas aleatorios como en los sistemas determinísticos.

El mal uso del concepto de ergodicidad aún persiste. El matemático Ole Peters (2019, 1216) argumenta que "al abordar cuidadosamente la cuestión de la ergodicidad, muchos rompecabezas que acosan el formalismo económico

actual se resuelven de una manera natural y empíricamente comprobable". Este autor, en una serie de artículos –entre ellos Peters y Gell-Mann (2016)[5] y Peters y Adamou (2021)– propone una alternativa radicalmente distinta a la concepción que en la corriente principal se tiene sobre la utilidad. Esta concepción se basa en las preferencias subjetivas de los individuos, representadas en una función de utilidad que puede tener muchos argumentos, tales como el consumo, el tiempo de ocio, el nivel o la variación de la riqueza del agente, la equidad en la distribución de la riqueza de su entorno, etc. La extraña propuesta de Peters es deshacerse del carácter subjetivo de la utilidad y hacerla depender de las propiedades aleatorias de una sola variable exógena al individuo. Peters (2019, 1218) dice: "llegaremos a una interpretación clara tanto del descuento [intertemporal] como de la teoría de la utilidad, sin apelar a la psicología subjetiva o incluso a otras formas de personalización".

Es así como Peters y Adamou (2021) centran su propuesta en un solo posible argumento de la función de utilidad, la riqueza, cuya evolución puede seguir una ley probabilística –un movimiento browniano con deriva, por ejemplo– que será la que determine la función de utilidad que maximizará el agente. En la visión de estos autores, la función de utilidad del individuo se definirá no por pre-existentes preferencias, sino como una transformación funcional de la serie temporal de la riqueza, con la condición de que la serie resultante sea ergódica.

> la función, conocida en economía ergódica como la transformación ergódica, se elige para extraer una tasa de crecimiento ergódica del proceso estocástico. [Para entonces] identificar la función de utilidad […] con la transformación ergódica de la dinámica de la riqueza (Peters y Adamou 2021, 2).

Cerramos la revisión de esta propuesta con el amigable consejo de Doctor, Wakker y Wang (2020, 1168) dirigido a Peters y compañía: "concluimos con un llamado a los físicos para que piensen cuidadosamente sobre el comportamiento humano para ayudar a mejorar la economía".

[5] En este artículo Peters tiene de coautor nada menos que a Murray Gell-Mann, uno de los físicos más destacados de nuestro tiempo y cofundador del Santa Fe Institute.

Físicos opinan sobre la economía

Dada la influencia de la física en la teoría económica, es interesante saber la opinión de los físicos sobre el quehacer de los matematizados economistas de la corriente principal, más allá de la displicente referencia que suelen hacer al Premio Nobel de Economía ("the so called Nobel Prize in Economics").[6] Richard Feynman (1918-1988), uno de los físicos más brillantes del siglo XX, Premio Nobel de Física en 1965, se refirió en duros términos a las ciencias sociales.

> Las ciencias sociales son un ejemplo de una ciencia que no es ciencia. Ellos no lo hacen científicamente. Siguen las formas, reúnen datos, pero no han encontrado ninguna ley […] aún, tal vez algún día lo hagan […]. Yo tengo la ventaja de haber encontrado lo difícil que es realmente saber algo, cuán cuidadoso se debe ser […], lo fácil que es cometer errores. Yo sé lo que es saber algo. Yo veo cómo recogen su información, y no puedo creer que ellos no saben que no han hecho el trabajo necesario, con el cuidado necesario (Feynman citado en Metaphysics Repository 2020).

Feynman, personaje mediático, lleno de opiniones, no fue claro sobre qué tanto conocía de las ciencias sociales. Una de las pocas publicaciones que reportan un esfuerzo serio de diálogo entre físicos y economistas es la de Anderson, Arrow y Pines (1988). Estos autores resumen un encuentro de diez días que se celebró en septiembre de 1987, en el Santa Fe Institute, donde participaron destacados académicos. En el grupo estuvieron físicos, economistas y biólogos, incluyendo a Philip Warren Anderson (1923-2000), Premio Nobel de Física en 1977, y a Kenneth Arrow (1921-2017), Premio Nobel de Economía en 1972.

El economista Brian Arthur definió el marco del análisis, destacando que el sistema social es un sistema complejo y, por tanto, comparte características con otros sistemas complejos.

---

[6] He escuchado a algunos físicos referirse así al Nobel de Economía. Una revista tan prestigiosa como *Science* contiene artículos con ese tipo de referencia, por ejemplo, el de Cho (2017).

> Los sistemas dinámicos de tipo autorreforzante o autocatalítico –sistemas con retroalimentaciones positivas locales– en física, cinética química y biología teórica tienden a poseer una multiplicidad de estados asintóticos o posibles "estructuras emergentes". El estado de partida inicial combinado con eventos aleatorios tempranos o fluctuaciones actúa para empujar la dinámica al dominio de uno de estos estados asintóticos y, por lo tanto, a "seleccionar" la estructura en la que el sistema eventualmente "se bloquea" (Arthur citado en Anderson, Arrow y Pines 1988, 9).

Este carácter autorreforzante, y la multiplicidad de equilibrios que origina, contrasta con el supuesto, típico de muchos modelos de la corriente principal, de rendimientos marginales decrecientes que suele garantizar la unicidad del equilibrio, especialmente en modelos que usan al agente representativo. Un ejemplo de estos es el modelo de crecimiento de Solow en el primer capítulo de D. Romer (2019). La presencia de estos reforzamientos positivos se originaría por altos costos fijos –que hacen que el costo medio decrezca en la cantidad producida–, efectos de aprendizaje, efectos de coordinación tipo *manada* y adaptación de las expectativas por profecías autocumplidas una vez que el sistema ha tomado uno de los posibles caminos. La evidencia favorable de esta visión del sistema económico se habría encontrado en el comercio internacional y en las aglomeraciones presentes en la economía regional, principalmente. Las referencias en D. Romer (2003) lo indican.

Desde esta perspectiva, surgen algunas interrogantes sobre el quehacer de los economistas, en especial entre los físicos. Resumimos tales preguntas a continuación.

Sobre el agente representativo y el reduccionismo

Anderson plantea que "al pronosticar variables macro, los economistas siempre usan entidades 'representativas'. Pero la agregación distorsiona: el sistema no es una unidad, no es un hogar" (Anderson, Arrow y Pines 1988, 252). Cabe anotar que este físico ya se ha pronunciado en forma más general sobre el reduccionismo. Anderson (1972, 393) considera un error que se entienda un sistema tan solo como la suma de sus partes.

> Resulta que el comportamiento de agregados grandes y complejos de partículas elementales no debe entenderse en términos de una simple extrapolación de las propiedades de unas pocas partículas. En cambio, en cada nivel de complejidad aparecen propiedades completamente nuevas, y la comprensión de los nuevos comportamientos requiere una investigación que creo que es tan fundamental en su naturaleza como cualquier otra.

Los resultados experimentales recientes en física reiteran que la perspectiva reduccionista debe ser abandonada, como aclaran Cubitt, Pérez-García y Wolf (2018, 37): "nuestro resultado prueba rigurosamente que incluso una perfecta y completa descripción de las interacciones microscópicas entre las partículas de un material no es siempre suficiente para deducir sus propiedades macroscópicas". Acostumbrados a mirar a la física como ejemplo, tal vez los economistas deberían cuestionar su insistencia en sustentar la macroeconomía solamente en bases microeconómicas.

Poca importancia del rol de otras fuerzas no económicas

Richard Palmer, profesor de física de la Duke University, en su reporte de las discusiones plenarias manifiesta que los científicos naturales encuentran difícil de aceptar que los modelos económicos no den importancia a fuerzas políticas, sicológicas o sociológicas (Palmer en Anderson, Arrow y Pines 1988, 252).

Nuestro argumento fundamental es que la necesidad de tender puentes con otras ciencias sociales constituye una consecuencia lógica del modelo neoclásico; esto llevará a la economía de regreso a la economía política.

Dar cuenta de la innovación

Si bien la innovación ha jugado y juega un papel primordial en la dinámica de la economía, Lawrence Summers (citado en Anderson, Arrow y Pines 1988, 250) admite que no hay un buen modelo económico que dé cuenta de tan importante fenómeno: "la innovación tecnológica es el motor y no tenemos una explicación económica de sus determinantes, al menos a nivel macroeconómico". Más aún, la innovación plantea un serio problema matemático para los modelos de largo plazo: el espacio en el cual se modela

la economía suele ser el de los bienes que se tranzan en ella. La pregunta es si con una dimensión *L* constante de ese espacio es posible dar cuenta de lo que sucede en una economía que experimenta innovación en forma de creación de nuevos productos. Dicho de otra forma, no es suficiente que *L* sea grande; *L* debe ser dinámico.

La teoría de las expectativas racionales

Palmer (citado en Anderson, Arrow y Pines 1988, 259) expresa en esta forma la esencia de sus cuestionamientos: "la teoría de las expectativas racionales con previsión infinita es obviamente equivocada. ¿Por qué es tan bien aceptada?". Su perplejidad nace del hecho de que los equilibrios múltiples –hacia los cuales se dirigen caminos divergentes, muchas veces con mucha sensibilidad a pequeñas variaciones en los parámetros o condiciones iniciales– hacen imposible una predicción única, incluso en sistemas determinísticos. Más aún, algunos modelos muestran diferentes equilibrios dependiendo de las expectativas que tengan los agentes sobre el futuro.

Ampliemos el penúltimo de los puntos anteriores. Summers (citado en Anderson, Arrow y Pines 1988) asegura que los problemas en la predicción de los modelos económicos no se deben a la falta de poder de computación. El autor cita cuatro razones para esta "falla comúnmente reconocida" en cuanto a poder de predicción:

1. Utilizamos modelos "demasiado simples" (es decir, agentes representativos, previsión perfecta, etc.).
2. No tenemos idea de lo que van a hacer la FED (Federal Reserve, Banco Central de Estados Unidos, n.d.a.) y otras entidades políticamente motivadas y esto afecta fuertemente los resultados reales.
3. Los equilibrios (del mundo real) son múltiples; por lo tanto, los comportamientos reales son muy sensibles a las condiciones iniciales y algunos choques implican grandes cambios.
4. Simplemente no tenemos el buen modelo. Existe algo así como el "modelo verdadero", pero los economistas parecen no haberlo encontrado todavía (Summers citado en Anderson, Arrow y Pines 1988, 251).

Es interesante notar que en esta descripción está implícita la concepción de que entre el objeto observado y el observador hay una separación; es decir, los problemas que impiden una buena predicción son la falta del modelo verdadero, los equilibrios múltiples y las impredecibles acciones de los agentes políticamente motivados. No obstante, pese a que en varias partes Anderson, Arrow y Pines (1988) mencionan que en algunos modelos las expectativas de los agentes pueden hacer que la trayectoria del sistema cambie, no reflexionan sobre cómo estas se formarían socialmente. No se aborda el papel que los economistas y los agentes en general, como observadores del sistema económico y social, jugarían en la formación de esas expectativas y, por tanto, cuál es el equilibrio presente en el sistema. Esta separación observador-objeto es una de las herencias de la física a las ciencias sociales que debe ser superada si se quiere entender mejor la dinámica del sistema social.

Capítulo 4
De Hilbert a Bourbaki y al teorema de Mantel-Debreu-Sonnenschein

En 1990, en su discurso presidencial ante la American Economic Association, Gerard Debreu (1921-2004), Premio Nobel de Economía en 1983, dijo que 1944 marcó un punto de quiebre en la historia de la economía como disciplina. No solo por la creciente cantidad de artículos de contenido matemático publicados en las principales revistas de la profesión, o por el incremento de profesores con sólida formación matemática en los departamentos de Economía, sino por el nuevo tipo de matemáticas que se empezaba a aplicar en el área.[1] Refiriéndose a la anterior forma de matematizar la economía, Debreu (1991, 2) dice que

> la física teórica había sido el ideal inaccesible que la teoría económica quería alcanzar. [Pero] la física no se rindió por completo al abrazo de las matemáticas y a su compulsión inherente hacia el rigor lógico. Los resultados experimentales y las observaciones fácticas que están en la base de la física y que proporcionan una verificación constante de su construcción teórica ocasionalmente llevó sus atrevidos razonamientos a violar a sabiendas los cánones de la deducción matemática.

Implícitamente, este autor se basa en la premisa de que una teoría puede validarse tan solo de dos formas: por su consistencia lógica y por contrastación

[1] Stigum (1990, 10) argumenta que 1944 fue un año de quiebre para la economía como disciplina, pero fundamentalmente por la publicación de ese año de Trygve Haavelmo "The Probability Approach in Econometrics" (Haavelmo 1944), que ofreció un marco teórico para la evaluación empírica de las teorías económicas que convirtió a la economía en ciencia, según este autor.

empírica. La evidencia empírica, especialmente experimental, sirve de base a la física, pero este enfoque no podía servir de guía para el desarrollo de la teoría económica porque esta no cuenta con la suficiente base experimental. Al respecto, Debreu (1991, 2) continúa: "negada una base experimental suficientemente segura, la teoría económica debe adherirse a las reglas del discurso lógico y debe renunciar a la facilidad de la inconsistencia interna". Es el rigor lógico la prueba de verdad que le queda a la economía. Al parecer, la contrastación empírica tampoco sería tan relevante para el comité que entrega los Premios Nobel de Economía, al contrario de lo que sucede en el campo de la física. El físico J. Doyne Farmer (2013, 382), profesor de matemáticas en la Universidad de Oxford y profesor de sistemas complejos en el Santa Fe Institute, lo explica en los siguientes términos:

> En la física, los Premios Nobel no se entregan hasta que la teoría no se haya confirmado por observación. Por ejemplo, Einstein nunca recibió un premio por la teoría general de la relatividad porque no fue considerada suficientemente bien confirmada mientras estaba vivo. En contraste, muchos Premios Nobel de Economía son por trabajo que fue influyente, pero que tenía poco o ningún soporte empírico.

Recordemos que las afirmaciones de Debreu son anteriores a la irrupción de tres fuentes fundamentales de datos y evidencia empírica que en la actualidad podrían convencer a algunos economistas de que su disciplina es ya experimental: la economía del comportamiento y sus experimentos de laboratorio, los experimentos de campo aleatorizados y el *big data* en general. Está fuera de nuestro alcance abordar en este libro si en verdad la disciplina posee ahora una base empírica de fortaleza similar a la de la física, pero podemos señalar que hay serios cuestionamientos a la posibilidad de generalizar los resultados de la economía del comportamiento y de los experimentos aleatorizados.[2]

Los estudiosos de la historia del pensamiento económico coinciden, en diversos tonos, con la existencia del quiebre señalado por Debreu y en su importancia. Cuando cuentan la historia de este quiebre, como veremos, ellos insisten en los conceptos formalismo y método axiomático, además

[2] Basu (2014) y Fiore (2009) plantean reflexiones interesantes sobre el tema.

de que citan constantemente a N. Bourbaky. Antes de explicar estos conceptos, cabe que examinemos cómo retratan el giro que se da en la economía en cuanto al uso de las matemáticas.

> La "imagen de las matemáticas" dentro de la economía cambió de un modelo de "reduccionismo mecánico" en el siglo XIX a un modelo de "reduccionismo matemático" como resultado de los desarrollos en la filosofía de las matemáticas, o metamatemáticas, en la década de 1930, y la última visión estaba incrustada en el método axiomático (Boylan y O'Gorman 2007, 429).

En palabras de Kirman (2010, 28), "la envidia de la física fue reemplazada por la envidia de las matemáticas". Así, en la teoría económica el papel protagónico pasa del cálculo diferencial al método axiomático y a la teoría de conjuntos desarrollada por el matemático alemán Georg Cantor (1845-1918). A partir de entonces se marcaron las diferencias cada vez más profundas entre la física y la economía.

> Cuando la economía se convirtió en una ciencia matemática a mediados del siglo XX, los invasores eran matemáticos, no físicos, y trajeron consigo el estilo Bourbaki. Los artículos de economía tienen axiomas, teoremas y demostraciones. La física, por el contrario, nunca ha sido axiomatizada, a pesar de los esfuerzos de formidables matemáticos como John von Neumann (Farmer 2013, 382).

El principal *invasor* al que se refiere Farmer tiene nombre, apellido y premio, se trata de Gerard Debreu, formado en la Escuela Normal Superior de Francia, hogar original de los Bourbaki, bajo la tutela de varios miembros de este grupo, y, en especial, de Henri Cartan.

La crisis fundacional en la matemática y la teoría económica

Entre 1895 y 1897, Georg Cantor publicó su tratado de teoría de conjuntos que, luego de experimentar un recibimiento hostil entre algunos destacados matemáticos de la época, se convirtió en el terreno fértil para

desarrollar nuevas teorías. Una de esas fue la teoría de la medida de Henri Lebesgue (1875-1941), que sirvió de base para generalizar el concepto de integral y para la teoría de probabilidades. Sin embargo, la teoría de conjuntos de Cantor no estaba exenta de controversias, especialmente por cómo aborda el concepto de infinito, ni de paradojas. La más relevante entre estas últimas es la paradoja de Russell, identificada por el matemático y filósofo inglés Bertrand Russell (1872-1970), que explicamos a continuación.

Supongamos que tenemos el conjunto $A = \{a/a \in a\}$, el conjunto de los conjuntos que se contienen a sí mismos. Este superconjunto no es vacío, pues contiene el conjunto de las ideas, por ejemplo, ni es igual al universo, pues hay conjuntos que no se contienen a sí mismos, por ejemplo, una biblioteca. Su complemento es $A^c = \{a/a \notin a\}$, esto es, el conjunto de los conjuntos que no se contienen a sí mismos. Por supuesto, el universo es la unión de estos dos conjuntos complementarios $U = A \cup A^c$, es decir, cualquier conjunto debe estar en A^c o en A. ¿Dónde está A^c? Supongamos que $A^c \notin A$, lo cual significa que A^c cumple la condición para ser un elemento de A^c, que, a su vez, es una contradicción, puesto que para ser elemento de A^c es necesario no ser elemento de sí mismo. Debe ser, entonces, que $A^c \in A$, pero, para estar en A, A^c tiene que contenerse a sí mismo, es decir, $A^c \in A^c$ constituye otra contradicción. Posteriormente, se crearon teorías de conjuntos que evitan esta paradoja, por ejemplo, la del matemático alemán Ernst Zermelo (1871-1953) y la del matemático israelí Abraham Fraenkel (1891-1965). En la teoría de Fraenkel se impide la creación arbitraria de conjuntos muy grandes, como el conjunto de las ideas o el conjunto de los conjuntos que se contienen a sí mismos.

Sin embargo, este tipo de paradojas ocasionaron crisis fundacionales en las matemáticas y propuestas para resolverlas (Zach 2006, 415). El camino que tomó la corriente principal de las matemáticas tuvo un gran impacto en el desarrollo de la teoría económica. Concretamente, en el mundo de los matemáticos se sentía cada vez más la imperiosa necesidad de asegurar la consistencia de la disciplina, esto es, garantizar que en una teoría matemática no existan contradicciones, $p \wedge \sim p$, ya que eso invalidaría la teoría, debido a que en ella se podría concluir cualquier cosa, puesto que $p \wedge \sim p \rightarrow q$.

Hilbert fue la cabeza visible de una propuesta para superar la crisis, desde un enfoque axiomático y formalista (Burton 2007, 708). El método axiomático ya había sido utilizado por Euclides de Alejandría, quien vivió alrededor del año 300 a. C., cuando estableció sus célebres cinco postulados, a partir de los cuales desarrolló la geometría más avanzada de la época, dicha geometría estuvo en plena vigencia hasta el siglo XIX. Tuvieron que pasar cerca de 2200 años para que Nicolai Lobachevsky (1793-1856) y Friedrich Gauss (1777-1855) introduzcan las primeras de las llamadas geometrías no-euclidianas que, precisamente, liberan al tratamiento formal de una teoría de la necesidad de tener una correspondencia con una realidad física o intuitiva.

Un sistema axiomático, en su versión moderna, consiste en un conjunto finito de símbolos y reglas de sintaxis que permiten su combinación (en oraciones bien estructuradas, según las reglas de la sintaxis). Algunas de estas oraciones, denominadas axiomas, se consideran el punto de partida de la teoría, a veces porque se asumen como verdades evidentes o por su potencial teórico. A este sistema se añade un conjunto de reglas de inferencia que permite obtener o deducir oraciones bien formadas a partir de otras oraciones bien formadas. De este modo, un teorema es una oración bien formada que se puede obtener desde los axiomas usando las reglas de derivación. La secuencia de oraciones bien formadas y aplicación de reglas de inferencia que permite esa concatenación es la prueba del teorema. Los axiomas deben ser consistentes, es decir, no pueden contradecirse entre sí, e independientes, en el sentido de que no son teoremas, o sea, no pueden ser deducidos a partir de los otros axiomas.

Un sistema axiomático se vuelve formal cuando lo que interesa es solamente la sintaxis y las reglas de inferencia sin ninguna referencia semántica o de interpretación. El sistema axiomático de Euclides no es formal, porque hace referencia a la geometría plana tal como un ser humano la percibe y experimenta. Una teoría formal se entiende solamente como un conjunto finito de símbolos (sin significado, es decir, no representan ningún objeto concreto o abstracto) que se pueden combinar siguiendo reglas de composición, lo cual da origen a oraciones bien formadas, y a las reglas de deducción, donde tanto las reglas gramaticales como las de inferencia son expresadas

como símbolos dentro de la misma teoría sin ninguna interpretación externa ni referencia a la intuición. Según Turchin (1977, 212), las dudas e incertidumbres que la introducción de números negativos, números imaginarios o del infinito trajeron a los matemáticos se superaron cuando la axiomatización y la formalización le dieron a la matemática una *naturaleza lingüística*.

La consistencia en este tipo de teorías es crucial, pues "garantiza la existencia de la estructura descrita, y es en este sentido suficiente para justificar el uso de la teoría" (Zach 2006, 413). Este último punto de vista fue acogido con entusiasmo por muchos economistas, aunque hicieron bien en tomar en cuenta también esta advertencia: "desafortunadamente el método axiomático no es solamente simple y poderoso, es también traicionero" (Stigum 1990, 14).

El programa de Hilbert y Gödel

En 1900, durante el segundo Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en París, David Hilbert presentó lo que, según él, eran los 23 problemas matemáticos más relevantes por resolver. Esta lista contiene la esencia de lo que se conoce como el programa de Hilbert (Burton 2007), llamado a orientar el desarrollo de la matemática por más de un tercio del siglo XX. En la parte que nos interesa, este programa buscaba demostrar la consistencia interna del análisis matemático, es decir, sin referencia a ninguna teoría externa. Mitchell (2009) considera que los problemas dos y diez planteados por Hilbert, que son los que tendrían mayor impacto, en esencia, se podrían expresar de la siguiente forma:

(1) ¿Son completas las matemáticas?, es decir, ¿puede cualquier oración bien formada ser probada o reprobada, declarada verdadera o falsa dentro del esquema formal?
(2) ¿Son las matemáticas consistentes?
(3) ¿Son las matemáticas decidibles? Esta última interrogante indaga en si es posible encontrar un algoritmo que nos permita concluir que una oración bien formada es verdadera o falsa dentro de la estructura formal a la que pertenezca, en un tiempo finito.

El pensador alemán Kurt Gödel (1906-1978) tiene la merecida reputación de ser una de las figuras excepcionales de la matemática del siglo XX y uno de los lógicos más grandes de la historia. Abordó los problemas planteados por Hilbert y demostró que, para una teoría formal lo suficientemente amplia como para incluir la aritmética, si es que el problema (2) iba a tener una respuesta positiva, la respuesta al problema (1) debía ser negativa (Torkel 2005). Si la teoría matemática es consistente, existirán oraciones bien formadas que no pueden ser probadas ni como verdaderas ni como falsas. Intuitivamente, la idea es construir dentro de una teoría formal –que incluya la aritmética–, una proposición que afirme *esta proposición no puede ser probada*. Si existe una prueba de tal oración, entonces la teoría contiene la prueba de una proposición falsa, lo cual es una contradicción; si la teoría es consistente, esto no puede pasar, por lo que la oración *esta proposición no puede ser probada* sería cierta, pero incapaz de ser probada. De esta manera, consistencia y completitud son excluyentes.

En cuanto al problema (3), el matemático Alan Turing (1912-1954) respondió con un rotundo no, lo que constituyó "el clavo final en el ataúd de las preguntas de Hilbert" y, a su vez, "demostró algo que poca gente esperaba, y que deberían tomar en cuenta los economistas a quienes les gusta modelar agentes con poderes de computación prácticamente ilimitados: hay límites a lo que puede ser computado" (Mitchell 2009, 69).

Pese a su impacto decisivo en las matemáticas como disciplina, las consecuencias de las respuestas que Gödel y Turing dieron, respectivamente, a las preguntas (2) y (1), y (3) de Hilbert no han tenido un efecto significativo concomitante en el quehacer de los teóricos de la economía, debido a que existe la creencia persistente entre los economistas neoclásicos de que las bases matemáticas y lógicas son seguras (Winrich en Landini, Gallegati y Barkley Rosser 2018). Contra esa corriente, algunos autores argumentan vigorosa y profundamente sobre la necesidad de utilizar otro tipo de matemáticas y lógica, pues contrario a lo que creen la gran mayoría de los economistas matemáticos, la lógica y la matemática no vienen en una sola versión. La exploración de estas propuestas queda fuera de nuestro alcance en este libro, pero cabe que mencionemos

principalmente a Velupillai (2005, 2011, 2013), Francisco Doria (2017) y a un tipo de matemáticas que tienen mucho potencial en la economía: las matemáticas constructivistas. Por ejemplo, estas no aceptan como prueba de existencia de un EN la demostración de que su no existencia llevaría a una contradicción en la teoría e insisten en que se provea un algoritmo computable.

> Fundamentalmente, las matemáticas constructivas se diferencian de las matemáticas "clásicas" estándar en la interpretación de la frase "existe". Clásicamente, un objeto se dice que existe si su inexistencia lleva a una contradicción; desde el punto de vista constructivo demandamos más: se puede decir que existe un objeto solo si podemos dar un procedimiento que permite la construcción de aproximaciones, de proximidad arbitraria en tiempo finito y con recursos computacionales finitos (Hendtlass y Miheisi 2016, 1).

Las consecuencias de los teoremas de Gödel para la teoría económica tampoco se han explorado. Landini, Gallegati y Barkley Rosser (2018) apenas proponen que, siendo la teoría económica (de la corriente principal) una teoría formal que incluye la aritmética, deben existir proposiciones no decidibles dentro de la teoría. Sin embargo, los teoremas de Gödel también establecen los límites estrechos del enfoque axiomático en su intento de abarcar la realidad social: "los humanos no son computadoras" (Kay y King 2020, 190).

Bourbaki y Debreu

Probablemente, nadie tomó más en serio el enfoque formal propuesto por Hilbert y sus seguidores que un grupo de matemáticos franceses que publicaron, bajo el seudónimo N. Bourbaki, una serie de volúmenes en los que intentaban construir un edificio para toda la matemática, dentro del cual encontraran su lugar las diferentes áreas de esta (teoría de conjuntos, álgebra, topología, etc.) con altísima abstracción (Borel 1998), esto es, sin ninguna referencia más allá de la teoría formal.

> Bourbaki puso un peso mucho mayor en el rigor y creó un sistema completamente nuevo de presentación. Como una ilustración de esto, sus libros no tenían ni ilustraciones ni figuras, que ellos veían como muletas que incentivaban el pensamiento descuidado (Farmer 2013, 382).

Debreu se interesó en la economía, una vez que ya había obtenido una sólida formación matemática en la escuela bourbakiana, y abordó el problema de la existencia del equilibrio en una economía competitiva desde una perspectiva axiomática empleando, como no podía ser de otro modo, herramientas de la topología en lugar del cálculo diferencial. Las críticas a la formalización de la economía en esa línea, considerada excesiva por algunos, han sido numerosas.

> La tradición axiomática 'bourbakiana' […] considera que la teoría abstracta se autojustifica; pero esta posición, nacida comprensiblemente –y no siempre aceptada– en el campo de la matemática pura, no puede extenderse a la teorización que se orienta a la política [económica] (Roncaglia 2006, 665).

En verdad, no hay nada en la metodología formalista que impida su utilidad para estudiar objetivamente a la sociedad o para generar propuestas de política económica o social. El conjunto de supuestos de los que debe partir una teoría formal puede inspirarse en cualquier parte de la realidad social. De igual forma, el desarrollo mismo de la teoría, en tanto búsqueda de proposiciones demostrables, puede estar orientado por la intención de entender un fenómeno social concreto y, si está bien construida, arrojar luz sobre aquel fenómeno. La defensa que hace Debreu del formalismo y de la ventaja de trabajar con estructuras lógicas haciendo abstracción de su interpretación concreta es más bien práctica.

> Como otro ejemplo de la generalidad permitida por la abstracción, considere la noción de mercancía, que puede tratarse como un concepto primitivo, con una interpretación no especificada, en una teoría económica axiomática. Una interpretación recién descubierta puede entonces aumentar considerablemente el rango de aplicabilidad de la teoría sin requerir ningún cambio en su estructura (Debreu 1991, 5).

Se refiere, concretamente, a la posibilidad de demostrar la existencia del equilibrio de mercado en certidumbre y, en el mismo esquema teórico, demostrar la existencia del equilibrio de mercado en situación de riesgo (varios mundos posibles, cada uno con una probabilidad de ocurrencia) simplemente interpretando los bienes como bienes contingentes.

El mal uso del formalismo, más que una consecuencia inevitable de las herramientas que se aplican, es un problema sociológico. Debreu alertaba que, por el peso y la sofisticación de la matemática en la formación de los economistas, al juzgar el trabajo de los economistas teóricos, "siempre existe el peligro de que la parte de la economía se vuelva secundaria, si no marginal en ese juicio" (Debreu 1991, 5).

Si bien el neopositivismo lógico fracasó en su propuesta de unificar las ciencias usando las matemáticas como lenguaje común, así también falló la búsqueda de los bourbakistas de una base axiomática general para las matemáticas. Sin embargo, en la teoría económica parece subsistir la pretensión de una base común en el concepto del agente maximizador que sabe lo que quiere (tiene preferencias racionales) y actúa en concordancia (resuelve un problema de optimización sujeto a restricciones). Así como en muchos círculos de economistas la elegancia y la profundidad matemáticas parecen tener valor en sí mismas y pesar más que el contenido social o económico de una teoría, el requisito de que todo modelo económico parta del concepto de agente maximizador es más bien un fenómeno sociológico antes que un requisito impuesto por el formalismo.

> Un forastero ingenuo podría suponer que una teoría con "contenido económico" es una que explica un fenómeno económico importante. Dentro de la economía, sin embargo, esta frase tiene un significado diferente: una teoría tiene "contenido económico" solo si se basa en el supuesto que los individuos egoístas maximizan sus preferencias (Farmer 2013, 380).

Para finalizar esta sección, recordemos la necesidad de no perder de vista el contenido económico y social de nuestras teorías: "vestir ideas científicas brillantes y absurdas con el impresionante uniforme de las fórmulas y

los teoremas. Desafortunadamente, un absurdo con uniforme es mucho más persuasivo que un absurdo desvestido" (Schwartz citado en Velupillai 2005, 851).

El equilibrio general y la mano invisible

Partamos de la definición típica de una economía que se desenvuelve en un espacio de L bienes representados en los reales no negativos $\mathbb{R}_+^L$, entre los que pueden estar los servicios de capital y el trabajo, conformada por I individuos, $i \in I$ caracterizados por sus preferencias $\succcurlyeq_i$, sobre un conjunto de canastas $x \in X$, donde $X \subset \mathbb{R}_+^L$. Las asignaciones iniciales de los i individuos de esta economía son $\omega_i \in \mathbb{R}^L$ y las empresas $j \in J$ están caracterizadas por su tecnología de producción.[3]

Las preferencias del individuo $i \in I$, $\succcurlyeq_i$ se dicen *racionales* si cumplen dos condiciones: la primera es ser completas, el agente es capaz de ordenar cualquier par de canastas que se le ponga en frente; la segunda es un requisito de coherencia, la transitividad, que significa que siempre que el agente prefiera $x \succcurlyeq y$, $y \succcurlyeq z$, entonces tenemos que $x \succcurlyeq z$.

Las empresas están representadas por sus conjuntos de producción $\{Y_j \subset \mathbb{R}^L : j = 1, \ldots, J\}$ donde los componentes de $y_j \in Y_j$ menores que cero son insumos, mientras que los componentes con valores mayores que cero son productos, y sobre los que se supone que no hay *almuerzo gratis*, es decir, $Y_j \cap \mathbb{R}_+^L \subset \{0\}$. La economía es de propiedad privada, lo que significa que la propiedad de cada empresa Y_j se divide entre los agentes, donde cada agente i posee una fracción θ_{ij} de la empresa j. Dado un vector de precios $P \in \mathbb{R}_+^L$, el hogar recibe un total $\sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P y_j$ de las ganancias de las empresas.[4] El problema del agente es encontrar x_i^*, su canasta de consumo óptimo dentro de sus restricciones presupuestarias, es decir, $x_i^* \in X \; t.q. x_i^* \succcurlyeq_i x \; \forall x: xP \leq Pe_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P y_j$, y también $x_i^* P \leq Pe_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P y_j$.

[3] La exposición que hacemos aquí de los conceptos básicos de la teoría económica se basa en Mas-Colell, Whinston y Green (1995).

[4] Seguimos la convención de notar el producto escalar de la siguiente forma: *x producto punto P = xP.*

Mientras, las empresas deben maximizar sus ganancias, en otras palabras, cada una de ellas debe encontrar $y_i^* \in Y_j \; t.q. \; y_j^* P \geq y_j P \; \forall y_j \in Y_j$.

Entonces, decimos que la tripleta $(P^*, \{y_j^*: j = 1, ..., J\}, \{x_i^*: i = 1, ..., I\})$ constituye un equilibrio walrasiano de esta economía de propiedad privada si se cumplen tres condiciones:

1. $\forall i = 1,..,I: x_i^* \in X \; t.q. x_i^* \succcurlyeq_i x \; \forall x: xP^* \leq P^* e_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^* y_j^*$, $x_i^* P^* \leq P^* e_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^* y_j^*$
2. $\forall j = 1,..,J: y_i^* \in Y_j, y_j^* P^* \geq y_j P^* \; \forall y_j \in Y_j$
3. $\sum_{j=1}^{J} y_j + \sum_{i=1}^{I} w_i = \sum_{i=1}^{I} x_i$

La última condición nos dice que la oferta debe ser igual a la demanda en cada uno de los L mercados. Este enfoque es una extensión directa de un modelo de equilibrio de fuerzas que se aplica en la física. Dejemos el tema de la existencia para más adelante, y revisemos uno de los resultados cimeros de este planteamiento. Se trata nada menos que de la formalización matemática de una intuición ya planteada por Adam Smith ([1776] 1976) quien, en la expresión popularizada de su pensamiento, afirma que, como si existiese una mano invisible, la búsqueda del interés individual, por parte de los agentes, da como resultado el óptimo social.

Notemos que esta presentación del equilibrio walrasiano hace uso únicamente del concepto de preferencias y no de funciones de utilidad. Para que unas preferencias tengan función de utilidad, es necesario y suficiente que sean continuas. Dicho de otro modo, si tenemos dos sucesiones convergentes en X, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ e $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ tales que $\forall n = 1, 2, 3,... \; x_n \succcurlyeq y_n$, entonces $\lim_{n\to\infty} x_n \succcurlyeq \lim_{n\to\infty} y_n$. Las preferencias lexicográficas que representan una jerarquía estricta entre los bienes que componen una canasta no son continuas porque, por ejemplo, podemos tener este orden en este par de sucesiones $(\frac{1}{n},0) \succcurlyeq (0,1)$, pero el orden se revierte en los límites $(0,0) \prec (0,1)$. Sin embargo, lo fundamental es que no hay unicidad en la función de utilidad que representa unas preferencias porque cualquier transformación estrictamente

creciente de la función de utilidad representa las mismas preferencias, lo cual significa que la información contenida en las preferencias es tan solo ordinal y no cardinal. Esta es, en términos modernos, la expresión de la condena de Lionel Robbins (1932, 123) a la comparación de utilidades entre individuos.

> Esa comparación es una comparación de una naturaleza completamente diferente [a la comparación de utilidades para el mismo individuo]. Es una comparación que nunca es necesaria en la teoría del equilibrio y que nunca está implícita en los supuestos de esa teoría. Es una comparación que necesariamente cae fuera del alcance de cualquier ciencia positiva.

Retomando lo que habíamos señalado, esta conclusión es un punto final al proyecto de Bentham sobre tomar decisiones sociales mediante la maximización de la suma de utilidades individuales.

La doctrina de que, de algún modo, la competencia maximiza el bienestar general estaba presente en los escritos y opiniones de los economistas ya en el siglo XVIII (Blaug 2007, 86); sin embargo, "lo que hizo que la doctrina fuera tan turbia fue el problema intratable de sumar las utilidades individuales sin ningún método convincente de compararlas, aparte de contarlas convencionalmente por igual (como Bentham siempre había defendido)".

Ante la imposibilidad de comparar y, por tanto, de agregar funciones de utilidad, el economista italiano Wilfredo Pareto (1848-1923) –cuyo papel como coinspirador ideológico del fascismo italiano es aún objeto de debate– propone lo que se conoce como el óptimo que lleva su nombre. Así, una asignación $\{\hat{x}_i\colon i = 1, \ldots, I\}$ factible (es decir, tal que $\sum_{i=1}^{I} \hat{x}_i$ no sea mayor que los recursos disponibles) es considerada mejor (en el sentido de Pareto) que otra asignación factible $\{x_i^{**}\colon i = 1, \ldots, I\}$ si se cumple que $\forall\, i \in \{1, 2, \ldots, I\} : \hat{x}_i \succcurlyeq_i x_i^{**}$, y además $\exists\, i \in \{1, 2, \ldots, I\} : \hat{x}_i \succ_i x_i^{**}$. En definitiva, la primera asignación será Pareto mejor que la segunda si nadie empeora y al menos un agente mejora de forma estricta. Notemos que esta definición deja de lado completamente el concepto de equidad. Si la segunda asignación mejora substancialmente la condición de todos los

agentes, menos de uno que pierde una infinitesimal parte de su asignación, esta asignación no puede ser catalogada como Pareto mejor que la primera. Cuando una asignación no es susceptible de mejoras en el sentido de Pareto, se dice que es Pareto óptima.

El primer teorema del bienestar

La formalización de la mano invisible es el primer teorema fundamental del bienestar. A los supuestos de la sección anterior debemos añadir sobre las preferencias una débil condición adicional, denominada *no satisfacción local*, que dice lo siguiente: para toda canasta existe, a una distancia tan pequeña como queramos, otra canasta que es preferida a la primera. En lenguaje matemático, $\forall x \in X \, \forall \varepsilon > 0 \, \exists \hat{x} \in X : \hat{x} \succ x, \, d(\hat{x}, x) < \varepsilon$. Esto quiere decir que no vamos a encontrar una canasta que sea estrictamente preferida a todas las de su vecindario, no importa que tan pequeño sea ese vecindario.

El primer teorema fundamental del bienestar establece que en una economía de propiedad privada donde las preferencias no muestran satisfacción local, el equilibrio walrasiano es Pareto óptimo. La demostración es simple y arroja luz sobre el verdadero significado del teorema, por lo que vale la pena revisarla a continuación.

Primero, notemos que si las preferencias cumplen la propiedad de no satisfacción local, los agentes gastarán todo su ingreso en cualquier vector de precios, es decir, $x_i^* P = Pe_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P y_j^*$. Esto significa que si existe una asignación factible (la que denotaremos como $\{\hat{x}_i : i = 1, ..., I\}$) que es Pareto mejor que la resultante del equilibrio walrasiano (que denotaremos como $\{x_i^* : i = 1, ..., I\}$), entonces existe al menos algún agente (llamémoslo h) que está mejor en la primera asignación, es decir, $\hat{x}_h \succ_h x_h^*$. No obstante, esto significa que $\hat{x}_h$ no está al alcance del presupuesto de este agente, a los precios de equilibrio $P^* : \hat{x}_h P^* > P^* e_h + \sum_{j=1}^{J} \theta_{hj} P^* y_j^*$. Esto es así puesto que si $\hat{x}_h$ es preferido a x_h^*, y el primero fuera accesible al presupuesto del agente h, entonces el agente no hubiese elegido la segunda canasta como su mejor opción.

Para aquellos agentes que no empeoran en la asignación alternativa, se puede afirmar que $\hat{x}_i P^* \geq P^* e_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^* y_j^*$ porque si $\hat{x}_i P^* < P^* e_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^* y_j^*$, eso significaría que $\hat{x}_i$ está en el interior de conjunto presupuestario (esto es, el agente no gasta todo lo que tiene); y, si además $\hat{x}_i \succcurlyeq_i x_i^*$, por virtud de la propiedad de no satisfacción local, siempre es posible obtener una tercera canasta aún accesible al agente y estrictamente preferida por él, en otras palabras, algo mejor que x_i^*, que se supone es la mejor opción dada la restricción presupuestaria a la que debe sujetarse. Entonces, si sumamos lo que presupuestariamente supone la nueva asignación

$$\hat{x}_h P^* > P^* e_h + \sum_{j=1}^{J} \theta_{hj} P^* y_j^*$$

$$\forall i \in I, i \neq h: \hat{x}_i P^* \geq P^* e_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^* y_j^*$$

Por lo que, sumando ambas desigualdades

$$\sum_{i=1}^{I} \hat{x}_i P^* > \sum_{j=1}^{J} P^* e_i + \sum_{j=1}^{J} P^* y_j^*$$

Esto quiere decir que lo que se requiere para cubrir la nueva asignación es superior a lo disponible, por lo que la nueva asignación no es factible. Debemos remarcar que este resultado se basa en algunos supuestos muy fuertes, tales como:

- Los agentes son precio-aceptantes, supuesto presente el momento que modelamos el proceso de maximización tanto de productores como de consumidores con los precios fijos. No se considera, por tanto, el caso más realista que toma en cuenta la existencia del poder de mercado.
- Todo lo que afecte la producción o el bienestar de los consumidores está considerado en el vector de bienes, que tienen un precio establecido por el respectivo mercado. Se dice, entonces, que los mercados son completos y, además, que no hay externalidades ni positivas ni negativas. En otras palabras, ninguna actividad de un agente afecta directamente, sin mediación del mercado, a otro agente. Es un

supuesto fuerte que en la realidad requeriría derechos de propiedad completamente definidos y un sistema de supervisión y sanciones de cero costos y omnisapiente.

- Si los agentes pagan por un bien, ya sea como insumo o para consumo, es eso lo que obtienen. No hay riesgo, peor incertidumbre. Tampoco es posible que uno de los agentes sepa más que el otro sobre el bien transado o el servicio prestado; en otras palabras, la información es simétrica. No hay, por tanto, riesgo moral ni acciones escondidas. Si pensamos en la empresa y su proceso productivo, cada uno de los agentes observa las acciones y cualidades de los otros. No es posible que el empleador desconozca el esfuerzo que hace el empleado, o que el dueño de la empresa no sepa lo que hace el gerente que contrató.

Todos estos supuestos son muy relevantes en la práctica. George Akerlof, Joseph Stiglitz, Michael Spence –quienes compartieron el Premio Nobel de Economía en 2001– y toda una generación de economistas han estudiado las consecuencias que el incumplimiento de este tipo de supuestos tiene sobre una economía, y en especial sobre el bienestar (Mas-Colell, Whinston y Green 1995, caps. 11-14).

El resultado general de este tipo de investigaciones es que el equilibrio de mercado en una economía donde no se cumple al menos uno de estos supuestos no será Pareto óptimo. Así, en una economía donde hay monopolios, los precios serán mayores y las cantidades producidas menores a lo que se obtendría en una economía competitiva, originando un *peso muerto* en la economía, es decir, pérdidas de bienestar en algunos agentes que no son transferidas como ganancia a ningún otro agente. Si lo que tenemos es asimetría de información, el listado de resultados perversos incluye selección adversa, una situación en la cual la información privada de algunos agentes hace posible que solamente aquellos con las peores características (tales como trabajadores sin preparación técnica o bienes de segunda mano) sobrevivan en el mercado, lo que puede hacer incluso que este desaparezca. En una economía con externalidades negativas como la contaminación ambiental, por ejemplo, esta se producirá en niveles superiores al Pareto óptimo.

Ronald Coase (1910-2013), Premio Nobel de Economía en 1991, propuso que, en presencia de externalidades y en ausencia de costos de transacción y siendo posible el hacer cumplir los contratos, no importa a quién se le asigna el derecho de propiedad porque la negociación entre las partes conduciría a un resultado óptimo de Pareto (Coase 1960). Los economistas neoclásicos, con base en esta proposición, suelen ofrecer como solución a los problemas ambientales, por ejemplo, la asignación de derechos y la creación de mercados que permitan la negociación entre las partes. Siendo su principal preocupación la eficiencia (paretiana) del resultado, no hay preferencia teórica sobre a quién asignar el derecho de propiedad. Si bien en situaciones concretas esto puede ser una solución, las condiciones para cumplir este *teorema*[5] no son menos exigentes que aquellas del equilibrio walrasiano. Según Usher, citado en Blaug (2007, 200), "estrictamente, la versión correcta del teorema de Coase se reduce a la proposición: si las personas pueden ponerse de acuerdo sobre un resultado eficiente, habrá un resultado eficiente". Al menos, se requiere que el acuerdo entre las partes sea verificable y exigible, lo que en general puede requerir la presencia de un tercero.

Ciertamente, la consideración de la asimetría de la información, del poder de mercado y de las externalidades en la modelización de la economía le ha dotado de mayor realismo y, a la vez, ha mantenido viva la discusión sobre la intervención del Estado. Aunque es claro que es necesario tener instituciones que garanticen los derechos de propiedad y el cumplimiento de contratos voluntarios entre privados, la mera existencia de un ente que posea semejantes capacidades genera, a su vez, otras preguntas. Un Estado con poder suficiente para imponerse por la fuerza sobre los ciudadanos puede también recurrir a ella en beneficio de quienes lo controlan o lo han cooptado. *¿Quis custodiet ipsos custodes?* (¿Quién vigilará a los vigilantes?) resumiría el poeta latino Juvenal. El análisis de este tipo de problemas no podrá hacerse sino reconociendo que nuestro objeto de estudio es el sistema social, que integra al menos lo económico y lo político, tal como

[5] Según Blaug (2007), el mismo Coase no quiso usar el calificativo de teorema, exageración que atribuye a George Sitgler (1911-1991), Premio Nobel de Economía en 1982.

argumentamos más adelante. De hecho, sin considerar la distribución del poder político en una sociedad, el segundo teorema fundamental del bienestar no es más que una curiosidad académica.

El segundo teorema fundamental del bienestar establece que para cualquier asignación Pareto óptima que sea factible (a la cual llamaremos asignación objetivo) se puede encontrar un conjunto de transferencias *lump-sum* (pago único) entre los agentes, de tal manera que, una vez hechas las transferencias y las transacciones en un mercado competitivo, el resultado será un vector de precios y la asignación Pareto óptima objetivo como equilibrio walrasiano. Cabe mencionar que en el teorema se añaden condiciones de convexidad para preferencias y conjuntos de producción. Este teorema se considera el recíproco del primer teorema fundamental, porque nos permite garantizar, cumplidas también las condiciones adicionales de convexidad, que cualquier equilibrio walrasiano es un óptimo de Pareto y que, con las adecuadas transferencias entre agentes, cualquier óptimo de Pareto puede ser un equilibrio walrasiano. El problema fundamental de tales transferencias no es que, luego de que el mercado haga su trabajo, el resultado sea un óptimo de Pareto; el problema de dichas transferencias es de índole político. Adicionalmente, Blaug (2007, 197) dice que

> una transferencia de ingresos *lump-sum* debe basarse en las características personales de los individuos que son ya sea directamente observables por una autoridad de fiscal o que los individuos tengan un incentivo veraz para revelar a esa autoridad, ninguna de las condiciones es probable que se cumpla nunca.

En todo caso, la propuesta del equilibrio walrasiano impuso una profunda marca en el desarrollo de la economía como disciplina. En palabras de Schumpeter (citado en Kirman 2010, 3),

> en lo que respecta a la teoría pura, Walras es, en mi opinión, el más grande de todos los economistas. Este sistema de equilibrio económico que une, como lo hace, la cualidad de la creatividad "revolucionaria" con la calidad de la síntesis clásica es el único trabajo de un economista que podrá compararse con los logros de la física teórica.

Múltiples equilibrios

El economista austríaco Joseph Schumpeter (1883-1950 [1954, 233]) no solo que sentía gran admiración hacia Walras, sino que creía que "su sistema de ecuaciones, definiendo el equilibrio (estático) en un sistema de cantidades interdependientes, es la carta magna de la teoría económica". Reconoce que la *Tableau économique* de Quesnay fue el primer método diseñado para abordar explícitamente el concepto de equilibrio. Sin embargo, Schumpeter (1954, 232), refiriéndose a Quesnay y sus discípulos, dice que

> estaban muy lejos de darse cuenta de que esta interdependencia omnipresente es el hecho fundamental, cuyo análisis es la fuente principal de las adiciones que la actitud específicamente científica tiene que hacer al conocimiento del hombre práctico del fenómeno económico; y que la más fundamental de todas las cuestiones específicamente científicas es la cuestión de si el análisis de esa interdependencia producirá relaciones suficientes para determinar –si es posible, únicamente– todos los precios y cantidades de productos y bienes.

Tal como lo establece Schumpeter, el análisis de los equilibrios macroeconómicos tiene dos componentes: su existencia y su unicidad. Las condiciones suficientes para la existencia del equilibrio fueron establecidas, fundamentalmente, por Arrow y Debreu (1954) y por Mckenzie (1954), basando su aproximación en la teoría de conjuntos,[6] la axiomatización y la formalización. El teorema de existencia requerirá algunos supuestos, un poco más sólidos que lo que hasta aquí hemos revisado, y son los siguientes:

(i) Convexidad de las preferencias y de los conjuntos de producción; supuesto que parece inocuo, pero que saca de juego a las preferencias que se autorrefuerzan, como adicciones o restricciones de tipo cultural o religioso como la prohibición de consumir ciertos alimentos. En el ámbito productivo esto significa que no se consideran, por ejemplo,

[6] Düppe y Weintraub (2014) aborda la historia de la creación de esta teoría.

ganancias de escala, *learning by doing*, o incluso costos fijos. De hecho, para asegurarnos de que las funciones de demanda y de oferta sean tales, esto es, funciones, resulta más fácil asumir que la convexidad de ambas es estricta. Sin embargo, notemos que si se usa el teorema del punto fijo de Kakutani, se podría trabajar con funciones multivaluadas y, por tanto, el requisito de convexidad estricta es innecesario.

(ii) Que las preferencias son fuertemente monótonas, lo que quiere decir que el agente estará estrictamente mejor si se incrementa su consumo en tan solo uno de los bienes. Esta restricción evita que ante una oferta total limitada, en el caso extremo, por la cantidad finita de recursos físicos en el universo, el precio de un bien no pueda ser cero porque, en este caso y suponiendo que el agente mejora estrictamente consumiendo algo más de cualquier bien, su demanda sería infinita.

(iii) Que el conjunto X, el conjunto de todas las canastas factibles, y el conjunto de producción sean cerrados. Las generalizaciones de los teoremas de Arrow, Debreu y McKenzie para incluir excepciones a estas condiciones han sido desarrolladas y detalladas por Majumdar (2009).

El tema de la unicidad se mostró mucho más complejo, pero ¿en verdad es tan importante que el equilibrio sea único? Recordemos las palabras de Schumpeter (1954, 935) sobre el tema:

> Los equilibrios múltiples no son necesariamente inútiles, pero, desde el punto de vista de cualquier ciencia exacta, la existencia de un "equilibrio determinado de forma única (conjunto de valores)" es, por supuesto, de suma importancia, incluso si la prueba tiene que comprarse al precio de supuestos muy restrictivos; sin ninguna posibilidad de probar la existencia de un equilibrio determinado de forma única –o, en todo caso, de un pequeño número de equilibrios posibles–, por muy alto que sea el nivel de abstracción, un campo de fenómenos es realmente un caos que no está bajo control analítico.

Sin duda, sería mucho más cómodo si el equilibrio sería único, pues aliviana-ría la carga de probar la convergencia hacia el equilibrio, haría mucho más fácil y útil la estática comparativa y, sobre todo, permitiría obtener conclusiones más generales de la teoría. Sin embargo, la pregunta sobre la

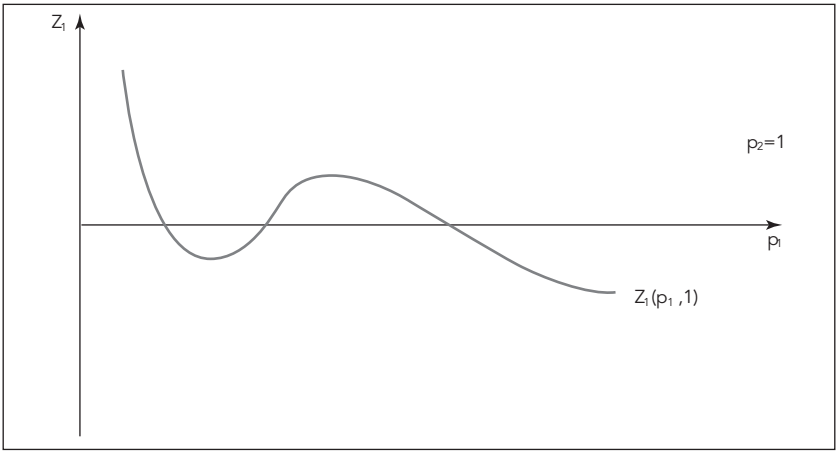
unicidad y otras posibles propiedades del equilibrio se respondieron contundentemente en el teorema de MDS (Rizvi 2006; Kirman 2010), del que ofrecemos una visión intuitiva y analizamos sus consecuencias.

Empezamos definiendo la función de exceso de demanda:

$$z(P) = \sum_{i=1}^{I} x_i \left(Pe_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} Py_j, P \right) - \sum_{j=1}^{J} y_j(P) - \sum_{i=1}^{I} e_i$$

A partir de los supuestos mencionados, es posible probar que esta función es continua, homogénea de grado cero (esto es, si escalamos los precios, el resultado en z es el mismo: $z(\alpha P) = z(P)\ \forall \alpha > 0$) y que cumple la ley de Walras (es decir, $z(P)P = 0$) (Mas-Colell, Whinston y Green 1995). Esto último es consecuencia de que cada agente gastará todos sus ingresos, lo cual es cierto porque no existe un punto de satisfacción local para ningún consumidor. Entonces, si hay L mercados (y bienes y precios), la función de exceso de demanda puede ser expresada en función de $L\text{-}1$ precios, por lo que definimos Z_1: $\mathbb{R}^{L-1} \rightarrow \mathbb{R}^{L-1}$. Es claro que las raíces de la función de exceso de demanda constituyen los equilibrios walrasianos. Una intuición de lo que sucede con esta función se puede encontrar en la figura 4.1.

Figura 4.1. Muchos equilibrios



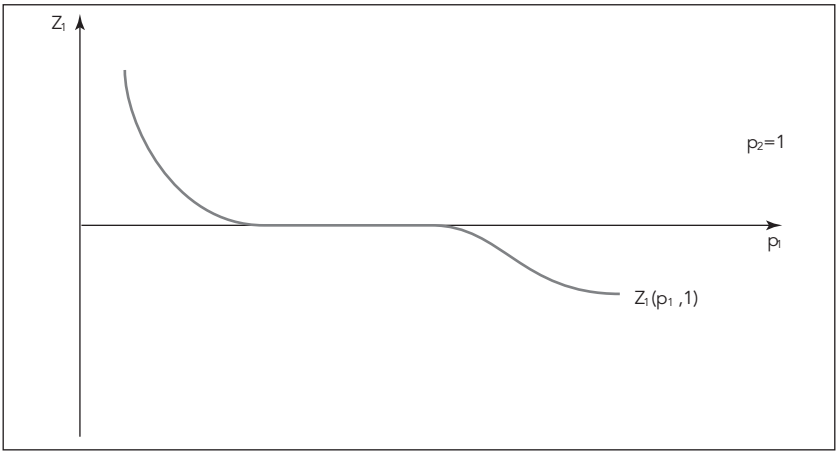
Fuente: Mas-Colell, Whinston y Green (1995).

En el ejemplo de la figura 4.1 tenemos dos bienes. En virtud de la ley de Walras será suficiente encontrar el equilibrio en uno de ellos, por lo que fijamos el precio del bien dos en términos del precio del bien uno, lo cual lo convierte en el numerario. Se puede probar que cuando el precio de un bien se acerca a cero, su demanda tiende al infinito (la forma fácil de obtener este efecto es, como hemos dicho, asumir preferencias estrictamente monótonas [Arrow y Debreu 1954]); por lo tanto, el exceso de demanda también se acerca al infinito. Cuando el precio tiende a crecer, la demanda del bien disminuye mientras su oferta crece, haciendo que el exceso de demanda sea negativo. Siendo así, y puesto que la función $Z(P)$ es continua, el equilibrio existe. El problema es que no necesariamente es único.

Para concretar las ideas, citemos el teorema de MDS en una expresión algo menos general de lo que es posible, en la proposición 17.E.3 de Mas-Colell, Whinston y Green (1995): Supongamos que $Z(\,.\,)$ es una función continua definida en $P_\varepsilon = \{P \in \mathbb{R}^L_+ : \frac{P_l}{P_{l'}} \geq \varepsilon \; ; \; l, l' = 1 \ldots L\}$, donde $\varepsilon > 0$, que toma valores en $\mathbb{R}^L$. Si $Z(\,.\,)$ es homogénea de grado cero y satisface la ley de Walras, entonces existe una economía de L consumidores cuya función de exceso de demanda coincide con $Z(\,.\,)$ en el dominio P_ε. Entonces, una función $Z(\,.\,)$ con multiplicidad de raíces, siempre que sea continua, homogénea de grado cero y satisfaga la ley de Walras, puede representar una economía que cumple con los requisitos de racionalidad que hemos impuesto a consumidores y productores.

El mundo ideal sería uno en el que el equilibrio general de una economía existe y es único. Esto haría que, por ejemplo, no tengamos que preocuparnos de la dinámica de los mercados, pues si el equilibrio existe y es único tendría un poco más de sentido suponer que la economía se moverá hacia ese equilibrio, y se quedará ahí. Tiene más sentido pensar el análisis en términos de estática comparativa si, por ejemplo, la economía experimenta un choque exógeno y, como consecuencia, la curva $Z(P)$ se desplaza originando una nueva curva de exceso de demanda y, por tanto, un nuevo único equilibrio. Ahondando en este escenario hipotético, una situación como esta no necesariamente garantiza que se pueda ignorar la dinámica que llevaría a la economía hacia ese hipotético equilibrio único, pero, al menos, tendría más sentido que en una situación de múltiples equilibrios

Figura 4.2. Un continuo de equilibrios



Fuente: Mas-Colell, Whinston y Green (1995).

pues, en ese caso, ¿cómo saber hacia cuál de esos equilibrios se desplazará la economía? De hecho, en teoría no hay nada que prohíba que la función de exceso de demanda se comporte tal como consta en la figura 4.2, o sea, con un infinito continuo de equilibrios.

Afortunadamente, Debreu (1970) nos libró, al menos, de esa posibilidad. El razonamiento se puede entender intuitivamente en la figura 4.2. Podemos ver que en la zona en que la función tendría un continuo de equilibrios esta sería constante y, por consiguiente, su derivada sería cero. Una primera forma de evitar este indeseable escenario es establecer como condición que cuando un vector de precios es un posible equilibrio, la derivada de la función no sea nula. Por supuesto, cuando el número de bienes (y mercados y precios) es mayor que dos, la derivada es una matriz de dimensiones $(L-1) \times (L-1)$ que, para cumplir nuestra condición, no debería ser singular; en otras palabras, el rango de $\left[\frac{\partial z_i}{\partial P_j}; i, j = 1 \ldots L-1\right]$ debe ser $L-1$. Cuando esta condición se cumple, decimos que la economía es regular.

La figura 4.2 nos da otra pista: un pequeñísimo desplazamiento horizontal de la figura haría desaparecer el continuo de equilibrios; dicho de otra forma, debe presentarse una coincidencia extrema para que el conti-

nuo de equilibrios exista. Este desplazamiento podría deberse, por ejemplo, a una pequeña modificación en las asignaciones iniciales de los agentes. Si las posibles asignaciones iniciales de los agentes equivalen a un conjunto continuo, un subconjunto conexo de $\mathbb{R}^{(L-1)I}$, por ejemplo, entonces la coincidencia extrema que se requiere para la anomalía que nos ocupa sucede en un conjunto discreto de puntos que, en el conjunto continuo de posibilidades, tiene una medida de Lebesgue igual a cero. Eso es precisamente lo que demostró Debreu en su obra de 1970, cuando aseguró que las economías son regulares en casi todas partes, descartando así un escenario que complicaría de sobremanera el análisis de la determinación de precios en la economía. Sin embargo, eso no evita casos igualmente preocupantes a la hora de definir medidas de política económica, por ejemplo, que se tenga miles de equilibrios. ¿Cómo hacer la estática comparativa?

El teorema de MDS vuelve a la teoría microeconómica un anillo perfecto, cerrado en sí mismo, y algunos dirán "igualmente de inútil más allá de lo simbólico". Al parecer, hay consenso en que la teoría del equilibrio general no ofrece un conjunto rico y relevante de predicciones. Tal hecho lleva a algunos a dudar del valor mismo de una teoría que no ofrece deducciones falseables, pues es consistente con casi cualquier conjunto de datos. Tal vez la frase más colorida en este tema es la de Bliss (citado en Rizvi 2006, 232): "the near emptiness of general equilibrium theory is a theorem of the theory" (la casi vacuidad de la teoría del equilibrio general es un teorema de la teoría, traducción del autor). Por supuesto, estos y otros autores críticos se están refiriendo al nivel agregado, en donde el supuesto de racionalidad individual prácticamente no tiene consecuencias, ya que a nivel individual ciertamente no es el caso. Debreu estaba consciente de las dificultades que acarreaba no contar con un único equilibrio, puesto que preveía las complicaciones que la existencia de múltiples equilibrios originaba cuando se pretendiera hacer predicciones.

> El más mínimo error de observación sobre los datos de la economía podría conducir a un conjunto completamente diferente de equilibrios previstos. Esta consideración, que es común en el estudio de los sistemas físicos, se aplica con mayor fuerza aún al estudio de los sistemas sociales (Debreu citado en Majumdar y Radner 2020, 4).

Si bien las características de los equilibrios han sido estudiadas a profundidad, incluso hasta agotar el tema, el proceso por el cual se llega a un equilibrio está prácticamente inexplorado. Como dice Levin (2006, 28), "sucede que la teoría del equilibrio general es muy débil en cuanto a los procesos de formación de precios que pueden llevar a resultados walrasianos". Del proceso de *tatonnement* se pasó hacia el concepto de *subastador walrasiano* (sobre el cual hay controversia respecto a si fue propuesto implícitamente por Walras) que anuncia un vector de precios, recoge las ofertas y demandas de cada hogar y empresa, modifica el vector de precios si los mercados no están en equilibrio, hasta que se encuentra un vector de precios que limpia los mercados, y, solo entonces, pueden darse las transacciones (Kirman 2010).

Esta propuesta en verdad no añade nada que ayude a entender la dinámica que supuestamente debe llevar al equilibrio. No solo que tal subastador no existe; además, nada asegura que, ante un vector de precios anunciados, los agentes expresen su verdadera demanda u oferta. Adicionalmente, es obvio que en la realidad sí se dan transacciones, aunque el vector de precios no sea el de equilibrio, lo cual podría significar que la riqueza y asignaciones iniciales de los agentes se transforman a medida que el proceso llega, si es que lo hace, a un vector de precios de equilibrio. Por tanto, este hipotético resultado final sería dependiente del camino, es decir, diferentes procedimientos de búsqueda del equilibrio conducirían a distintos equilibrios porque la riqueza de los agentes cambiaría según el procedimiento seguido. En el esquema del subastador walrasiano no hay lugar para dinámica en desequilibrio, "sin embargo, no solo que [en la realidad] hay comercio fuera de equilibrio, sino que es precisamente porque esto sucede que la información se transmite a los precios" (Kirman 2010, 17). Por último, se ha demostrado que puede haber procedimientos que, en lugar de converger, generan ciclos de precios. Estas son dificultades que seguramente se resolverán incorporando elementos institucionales que, en la realidad, hacen posible que los mercados funcionen.

> Si los economistas conciben con éxito un modelo de equilibrio general correcto, incluso si se puede demostrar que posee una solución de equilibrio, si carece del respaldo institucional para lograr una solución de equilibrio,

> entonces la solución de equilibrio no equivaldrá a más que un estado de cosas utópico que no guarda relación alguna con la economía real (Morishima 1984, 68).

Para ser justos, debemos mencionar que existe un debate sobre la concepción que Walras tenía sobre la dinámica económica y el concepto de equilibrio. Así, Kirman (2010, 8) afirma que

> él [Walras] a menudo habla de cómo los precios se ajustan al equilibrio a través de las acciones de los individuos y, además, argumenta que los precios nunca convergerán, ya que siempre habrá cambios y choques en el sistema, lo que significará que se está ajustando continuamente. Por ejemplo, hizo la observación bien conocida, en los elementos que el mercado es "como un lago agitado por el viento, en el que el agua busca continuamente su equilibrio sin alcanzarlo nunca".

La conclusión de Kirman deja a salvo la teorización de Walras sobre el proceso por el cual la economía alcanza el equilibrio.

> Creo, en particular, que la tendencia moderna a referirse al subastador walrasiano es una ficción conveniente para explicar la convergencia a los precios de mercado, en lugar de una descripción de lo que el propio Walras tenía en mente cuando describió el proceso de *tatonnement* (Kirman 2010, 11).

Al parecer, Walras ni siquiera concebía el libre mercado como agentes tomadores de precios, sino como multitud de agentes que cambian sus precios y cantidades ofertadas en busca de la mejor combinación posible teniendo en la mira obtener las mayores ganancias, aunque cada uno de ellos es tan pequeño que sus acciones no afectan por sí solas el agregado macroeconómico. Si bien uno de los mayores méritos del modelo walrasiano (estático) de una economía es que es muy parsimonioso en cuanto a información, porque requiere apenas $I(L\text{-}1)$ datos, debemos notar, una vez más, que esto no hace referencia a un proceso de convergencia, sino al hipotético estado de equilibrio: el proceso de convergencia requiere de mayores cantidades de información.

Las reflexiones de John Hicks (1904-1989), Premio Nobel de Economía en 1972 (compartido con Arrow), vistas en perspectiva suenan proféticas y apuntan hacia la necesidad de entender la dinámica del sistema cuando se encuentra fuera del equilibrio.

> Ahora bien, la razón de esta esterilidad del sistema walrasiano es en gran medida, creo, que no pasó a elaborar las leyes del cambio para su sistema de equilibrio general. Podía decir qué condiciones deben ser satisfechas por los precios establecidos con recursos y preferencias dados, pero no explicó qué pasaría si cambiaran los gustos o los recursos (Hicks 1939, 61).

Añadamos a esta perspectiva dinámica el enfoque de Kirman (citado en Rizvi 2006, 231), uno de los más interesantes en cuanto a futuros desarrollos. Este autor plantea que el objetivo debería ser "teorizar en términos de grupos que tienen colectivamente coherencia en su comportamiento". Se trata de entender que el comportamiento dinámico tanto individual como agregado en una economía no es independiente de la estructura social. Eso quiere decir que la forma en que los individuos están clasificados, jerarquizados, se comunican entre sí, son capaces o no de desarrollar acción colectiva, etc., ofrece un marco dentro del cual pueden aparecer regularidades en lo económico.

La utilidad de los equilibrios múltiples

La existencia de múltiples equilibrios walrasianos ha sido recibida, en general, como una mala noticia. Lo mismo sucedió en la teoría de juegos no cooperativos, en donde proliferaron propuestas de refinamientos –algunas útiles, otras no tanto– con la esperanza de reducir el conjunto de equilibrios posibles a un conjunto unitario. Esto tiene un propósito, pues la hipótesis de las expectativas racionales tendría algún sentido en un sistema con equilibrio único, pero se desdibuja completamente ante múltiples equilibrios. También esto tiene su paralelo en la teoría de juegos, en donde la racionalidad de los individuos y el conocimiento común de esa racionalidad podría

hacer que –incluso en un juego de muchos jugadores y muchas estrategias– agentes con superpoderes computacionales puedan deducir el equilibrio de Nash, por tanto, que puedan aplicar las estrategias correspondientes; pero, ante múltiples equilibrios, será necesario añadir al juego algún elemento adicional, como la *saliencia* o *focalidad* de alguno de los equilibrios (Schelling 1960). Sin embargo, en esta sección buscamos ejemplificar, usando el concepto de desarrollo económico, que la existencia de equilibrios múltiples es, más bien, una fortaleza para el análisis económico.

El concepto de desarrollo socioeconómico debe ser entendido como multidimensional. Un país desarrollado se diferencia de uno que no lo es por su nivel de ingreso, su grado de industrialización, el nivel educativo de su fuerza laboral, el porcentaje de dicha fuerza que trabaja en el sector industrial y de servicios, la esperanza de vida de sus habitantes, el nivel de eficiencia de sus organismos públicos y sistema judicial, etc. La interrelación entre estos factores no es de causalidad lineal, sino de causalidad circular y múltiple, por lo que se puede decir que todas ellas son endógenas. Por ejemplo, no se puede afirmar que el nivel de educación técnica de un país hace posible o causa su grado de industrialización (ni viceversa), sino que estas se producen mutuamente, cada una es la causa de la otra: la disponibilidad de mano de obra calificada facilita la inversión industrial en un país y, a su vez, la presencia de industrias que impulsan la inversión en capital humano por parte de agentes que observan una perspectiva de empleo en esas industrias (Mookherjee y Ray, 2003). De manera más general, se puede afirmar que los niveles en estas variables asociados con el subdesarrollo –bajo nivel de educación técnica, bajo nivel de industrialización– se refuerzan entre sí, retroalimentándose y convirtiéndose en verdaderas trampas de pobreza que muestran tendencia a perpetuarse, como si existiera un área de atracción a su alrededor. Una forma de hacer operativo este enfoque, a partir del trabajo de Rosenstein-Rodan (1943) y la formalización de estas propuestas por Murphy, Shleifer y Vishny (1989) es aplicar el concepto de equilibrios múltiples en un sistema.

Las razones de la existencia de equilibrios múltiples, dentro del espacio que abre para ello el teorema MDS, son varias. Por ejemplo, la necesidad de coordinar entre los agentes que tienen inversiones cuyo tamaño, horizonte

temporal y nivel de riesgo hacen que no puedan ser ejecutadas por inversionistas individuales. En la presencia de coordinación, el equilibrio tiene un nivel de inversión muy superior a aquel que surge en ausencia de esta. Los equilibrios múltiples también pueden resultar de las no-convexidades de la función de producción (agregada o individual) que tienen su origen en externalidades positivas, costos fijos, ganancias de escala, etc.

En el modelo de Murphy, Shleifer y Vishny (1989) existen dos tipos de producción: la *artesanal* y la industrial, esta última más productiva que la primera. Sin embargo, en la producción industrial existen costos fijos, por lo que, para ser viable, una industria requiere de un mínimo de demanda. Puesto que la economía que estos autores estudian es cerrada, esta demanda depende del nivel de ingreso de la población en su conjunto, que a su vez depende del grado de industrialización de toda la economía. Dicho de otro modo, podemos imaginar una sociedad estancada en el *bajo* equilibrio de producción artesanal, aunque la tecnología industrial sea accesible, debido a que la demanda no alcanza el nivel mínimo requerido porque el ingreso nacional es bajo, consecuencia de la baja productividad artesanal.

En una economía cerrada se requeriría un proceso de industrialización, coordinado e impulsado quizá por el Estado, para obtener el *gran empuje* que sacaría al país del equilibrio bajo. Por supuesto, en este modelo, la apertura comercial sería otra manera de salir de la trampa de pobreza, pero existen otros modelos de economía abierta en los cuales este tipo de equilibrios persisten.

En Pérez-Oviedo (2015) encontramos un modelo de economía abierta en cual, si bien las empresas exhiben rendimientos constantes a escala, la economía entera exhibe también crecientes rendimientos a escala debido a las externalidades positivas de la mano de obra calificada. Esto hace factible la existencia de estados estacionarios múltiples que pueden ordenarse en el sentido de Pareto, lo cual es útil para reflexionar sobre los problemas del desarrollo. Al predecir que la productividad marginal del capital es igual en todos los países, este modelo resuelve el problema de asignación de capital (Lucas 1990).

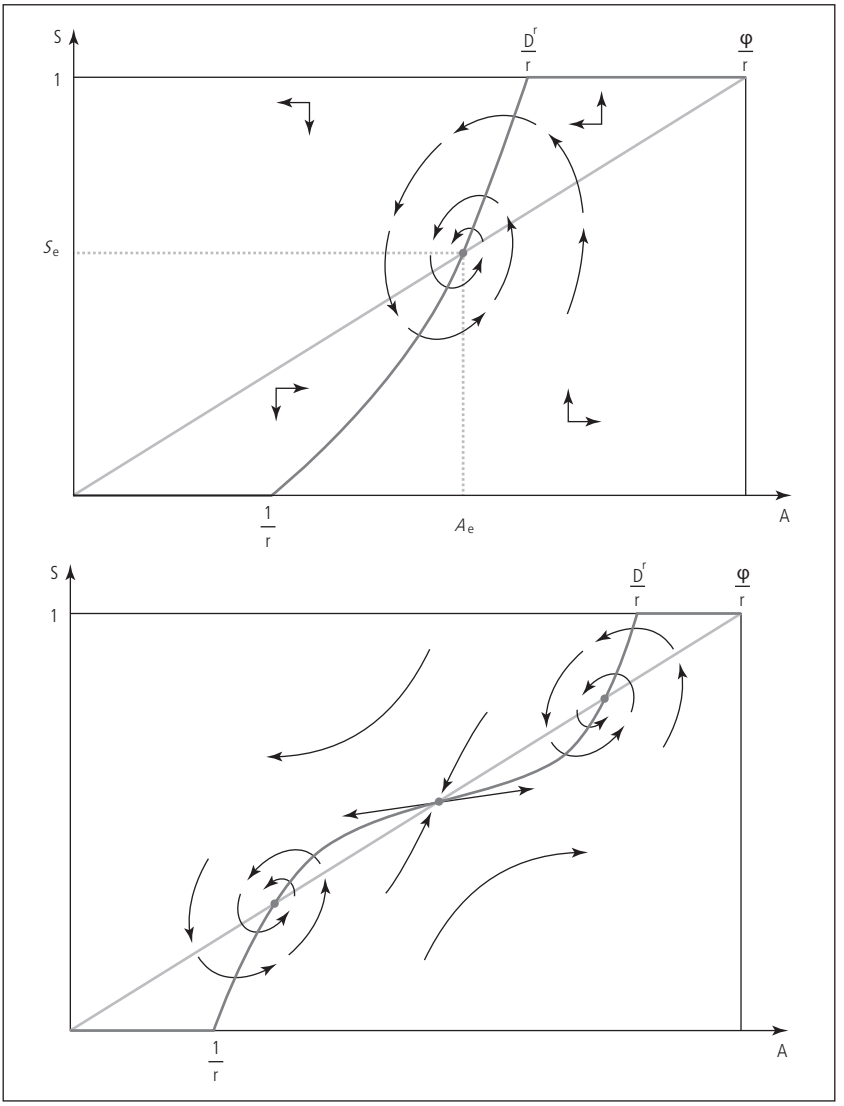
Otra predicción del modelo es que la productividad de la mano de obra calificada es mayor en los países desarrollados que en los países en vías de

desarrollo, lo que contribuye un factor importante para explicar la migración de esa mano de obra a los países ricos. El modelo también explica cómo es que un país que tiene agentes que no experimentan asimetrías de información, conductas irracionales ni restricciones crediticias puede estar atrapado en un punto fijo donde únicamente se invierten pequeñas cantidades de capital, se pagan bajos salarios, la productividad de la mano de obra calificada es baja y la mayor parte de la fuerza laboral es no calificada. En la figura 4.3, *arriba*, vemos el modelo con un solo equilibrio y, *abajo*, el mismo con tres equilibrios, de los cuales dos son estables (los de los extremos) y están rodeados de su respectiva área de atracción. En otras palabras, en la dinámica de este modelo, una vez que la economía entra en una de estas áreas, convergerá hacia el equilibrio que contiene.

Las asimetrías de información también originan múltiples equilibrios, donde el caso más importante es el del mercado de crédito, en el cual dicha asimetría puede causar racionamiento de crédito que el mercado trata de mitigar con la exigencia de colaterales. La trampa en este caso es individual, pero puede ser social, pues un agente pobre no puede acceder al crédito por ausencia de colateral, por lo que no puede beneficiarse de la actividad empresarial que podría sacarlo de la pobreza. En una sociedad con mucha asimetría en la distribución del ingreso, el problema puede ser general y convertirse en una trampa de pobreza. Pensar la macroeconomía desde la perspectiva de los equilibrios múltiples tiene muchas ventajas. En primer lugar, permite entender la necesidad de la acción colectiva –sea esta generada por el Estado o por cualquier otra forma de organización social– ya que pone en evidencia que la acción individual es insuficiente para alcanzar un mejoramiento de Pareto, peor aún si se utiliza otro tipo de procedimientos para evaluar el bienestar social que tomen en cuenta, por ejemplo, criterios de equidad e inclusión social.

Un modelo bien construido permite entender las variables en donde se debe actuar y, lo que es crucial, no evalúa las acciones de política desde un punto de vista acción-consecuencia, solamente. Por ejemplo, si tenemos dos posibles políticas públicas para, digamos, desarrollar el sistema educativo, y una de ellas muestra que por cada dólar se ofrece un avance mayor en esa dirección, medido en términos de algún indicador relevante, probablemente se favorecerá esa política pública frente a la otra. Sin

Figura 4.3. Externalidades y múltiples equilibrios



Fuente: Pérez-Oviedo (2015).

embargo, si lo pensamos desde una perspectiva de equilibrios múltiples, hay que preguntarse cuál de las dos políticas tiene mayores posibilidades de alcanzar un punto crítico que permita que el sistema llegue a la zona de atracción del equilibrio superior.

Lamentablemente, en los países en vías de desarrollo se observan muchos ejemplos de políticas beneficiosas en diversos campos que son implementadas mientras hay un *boom* de *commodities*, por ejemplo, para financiar tales políticas. Sin embargo, si el sistema no ha alcanzado aquella zona de atracción superior, cuando el *boom* inevitablemente termina, las políticas no continúan por falta de financiamiento y el sistema regresa al equilibrio inicial. Situaciones como estas son ideales para que se acentúen los ciclos políticos de la economía, debido a que los gobernantes bendecidos con el *boom* económico no se preocupan de la sostenibilidad de las políticas o de su efectividad a largo plazo (de implementar políticas para alcanzar el punto crítico, en definitiva). Por esta razón, siempre podrán emprender políticas inefectivas a largo plazo, pero que sustenten su imagen política en el corto plazo.

A veces se aborda la cuestión de la permanencia o no de choques exógenos en una macroeconomía solamente desde la perspectiva del análisis de las series de tiempo; consecuentemente, cabe la pregunta sobre si la serie es integrada de orden uno o cero. Pensar el tema desde los equilibrios múltiples aclara que todo depende del tamaño del choque en relación con el tamaño del área de atracción del equilibrio en donde se encuentra la economía. Cabe que aclaremos que el tamaño y la forma de esas áreas puede cambiar, sea por cambios en los parámetros o por las variables exógenas de la economía o como resultado de la dinámica endógena del sistema.

En esta misma dirección, un esfuerzo muy interesante y prometedor es el desarrollo del concepto de manchas solares o *sunspots* que Cass y Shell (1983) proponen para explicar el exceso de volatilidad que empíricamente se observa en la macroeconomía como resultado de dos fuentes. La primera es la incertidumbre en los fundamentales (tecnología, preferencias y provisión de recursos) que constituye la incertidumbre intrínseca; y la segunda, la incertidumbre extrínseca que proviene de la necesidad que tiene un agente de prever lo que otros agentes harán para poder ejecutar su propia optimización.

Sobre la incertidumbre extrínseca, incluso a partir del supuesto de expectativas racionales (en el sentido extremo), pueden aparecer múltiples equilibrios cuando las variables aleatorias no relacionadas con los fundamentales sirven para que los agentes coordinen sus acciones, lo que originará las profecías autocumplidas. Dicho de otra forma, los equilibrios que efectivamente ocurren en estos modelos lo hacen porque los agentes creen que sucederán. Tal creencia, a su vez, depende de la realización de una variable aleatoria no relacionada con los fundamentales de la economía. Este tipo de situaciones (que Shell nota como aquellas en las cuales las manchas solares son relevantes [*sunspots matter*]) son posibles cuando existen asimetrías de la información, o externalidades en consumo o producción, o competencia imperfecta, o mercados incompletos, entre otros. Lo interesante es el papel de las expectativas, o en forma más general, las creencias de los agentes en la determinación del equilibrio, la necesidad de cierta coherencia o consistencia en estas creencias, dependiendo de la capacidad de previsión que supongamos que tienen los agentes, y la necesidad de algún tipo de coordinación.

Riesgo y bienes contingentes

Hasta aquí hemos concebido las decisiones de los individuos como si fuesen tomadas en un ambiente de certidumbre: el agente obtiene lo que decidió comprar, paga el precio acordado y el estado del mundo (el equilibrio) es único y conocido. Ahora, consideremos que el tiempo tiene dos momentos: uno de la toma de la decisión y otro de la realización de las decisiones tomadas en el primer momento. En el primer momento, el agente conoce cuales son los posibles estados del universo y la probabilidad de cada uno de estos (la distribución de probabilidad sobre esos posibles estados). En el segundo momento sucede uno de los posibles estados del universo, de los cuales depende el resultado concreto de la decisión del individuo.

En este ambiente, y siguiendo a Von Neumann y Morgenstern (1944), definimos al objeto de elección ya no como una canasta, sino como una lotería que nos dice cuál es la probabilidad de ocurrencia de cada uno de los posibles resultados. Así, si los posibles resultados (por ejemplo, las posibles

canastas de bienes) son $\{x_i: 1,2, \ldots, N\}$, una lotería es $L = \{p_i: 1,2, \ldots, N\}$, donde p_i es la probabilidad de ocurrencia de x_i. Notemos que estas loterías no necesitan ser discretas. El conjunto de estas loterías es $\mathcal{L}$ y ahora las preferencias se definen sobre los elementos de ese conjunto $L \in \mathcal{L}$. Una vez más, se asume que estas preferencias son racionales, continuas y cumplen el axioma de independencia:

Completas: $\forall L, L' \in \mathcal{L}: L \succcurlyeq L' \; o \; L' \succcurlyeq L$
Transitivas: $\forall L, L', L'' \in \mathcal{L}: si \; L \succcurlyeq L', L' \succcurlyeq L'' \rightarrow L \succcurlyeq L''$
Continuas: $\forall L, L', L'' \in \mathcal{L}$: los conjuntos
$\{\alpha \in [0,1]: \alpha L + (1 - \alpha)L' \succcurlyeq L''\}$ y $\{\alpha \in [0,1]: L'' \succcurlyeq \alpha L + (1 - \alpha)L'\}$ son cerrados
Axioma de independencia:
$\forall \in (0,1) \forall L, L', L'' \in \mathcal{L}: \alpha L + (1 - \alpha)L'' \succcurlyeq \alpha L' + (1 - \alpha)L'' \leftrightarrow L \succcurlyeq L'$

Los dos primeros axiomas fueron ya introducidos anteriormente, donde la transitividad es un requisito de coherencia, mientras que el tercer axioma nos dice que no puede haber saltos en las preferencias. El último axioma establece que si en una lotería compuesta tenemos el mismo componente L' en ambas canastas, y con la misma ponderación $(1 - \alpha)$, entonces la preferencia no depende de este componente común, lo que tiene como consecuencia que las isocuantas de indiferencia son rectas y, más aún, paralelas. Si las preferencias cumplen con estos axiomas, admiten una representación en términos de utilidad esperada que es:

$$U(L) = \sum_{i=1}^{N} x_i u(x_i)$$

Sin embargo, desde sus inicios esta perspectiva fue criticada por el economista francés Maurice Allais (1911-2010), Premio Nobel de Economía en 1988. En uno de los trabajos pioneros de la economía experimental, Allais encontró que buena parte de los seres humanos no cumplen con el axioma de independencia. El experimento consiste en ofrecer a las personas dos elecciones, la primera entre la lotería 1 y 2, y la segunda, entre lotería 1' y 2' (tabla 4.1).

Tabla 4.1. La paradoja de Allais

Selección 1				Selección 2			
Lotería 1		Lotería 2		Lotería 1'		Lotería 2'	
Resultado	Probabilidad	Resultado	Probabilidad	Resultado	Probabilidad	Resultado	Probabilidad
1.000	1.00	1.000	0,89	0	0,89	0	0,90
		0	0,01	1.000	0,11		
		5.000	0,10			5.000	0,10

Fuente: Mas-Colell, Whinston y Green (1995).

Los experimentos reportan que existen personas que prefieren la lotería 1 a la 2, y la 2' a 1'. Usando la representación en utilidad esperada, se diría que

$$u(1.000) > 0.89u(1.000) + 0.10u(5.000)$$

Mientras

$$0.90u(0) + 0.10u(5.000) > 0.89u(0) + 0.11u(1.000)$$

Si normalizamos a la utilidad de cero a cero, tenemos que, debido a la primera elección,

$$0.11u(1.000) > 0.10u(5.000)$$

Mientras que la segunda nos dice que la misma persona, en la segunda elección, revela que

$$0.11u(1.000) < 0.10u(5.000)$$

Lo cual contradice las conclusiones que se obtendrían si se cumple el axioma de independencia.

Pese a que este tipo de experimentos ponen en duda la conveniencia de asumir que las preferencias de los agentes cumplen con el axioma de independencia, el enfoque es amplia y automáticamente usado en economía,

en especial en la teoría de juegos. Cabe que recordemos que el concepto de EN es especialmente útil debido a que se puede asegurar su existencia en una clase muy amplia de juegos. No obstante, enfatizamos en que esto se debe a que admite la posibilidad de equilibrios en estrategias mixtas, o sea, se permite que los jugadores, en lugar de escoger una estrategia pura, definan una distribución de probabilidad sobre el conjunto de estrategias puras[7] para evaluar el resultado con la utilidad esperada.

En la misma línea, Daniel Ellsberg propuso otro experimento interesante. Antes de explicarlo, el personaje mismo merece mucho más que el párrafo que le podemos dedicar en este libro. Ellsberg se dio a conocer por haber fotocopiado y hecho públicos documentos oficiales y secretos del gobierno estadounidense que revelaban las mentiras que se contaron al pueblo norteamericano sobre la guerra de Vietnam, empezando por los pretextos que se usaron para la intervención (el supuesto ataque a un barco norteamericano), el papel títere del gobierno de Vietnam del Sur hasta las atrocidades cometidas por las tropas de los Estados Unidos.

Después de hacer públicos esos documentos, conocidos como los *Pentagono Papers*, Ellsberg no solo que vivió un largo calvario de persecución legal e ilegal (como el intento de la CIA de poner droga en la sopa que Ellsberg iba a tomar antes de dar un discurso, para dejarlo en ridículo) sino que renunció a una carrera académica que ya era exitosa y muy prometedora. En efecto, se graduó *summa cum laude* de la carrera de Economía, en Harvard, universidad en la que también estudió su doctorado en Economía. La contribución de su trabajo doctoral se conoce como la paradoja de Ellsberg, la cual explicamos a continuación.

Se considera una urna que contiene 90 bolas, de las cuales 30 son rojas y las 60 restantes son negras o amarillas, pero no se conoce el número de bolas de cada color. Se extraerá una bola al azar. Se ofrece a los individuos dos ocasiones de elegir: la primera selección es entre la lotería 1A, que da 100 dólares de premio si sale una bola roja, y nada en otro caso; y, la lotería 2A, que paga 100 dólares si sale una bola negra, y cero en otro caso. La

[7] Esta propuesta en sí debería ser tomada con pinzas puesto que es difícil imaginar situaciones en las que una persona tome una decisión, por ejemplo, lanzando una moneda. Osborne y Rubinstein (1994) plantean una discusión interesante al respecto.

segunda selección es entre la lotería 1B, que paga 100 dólares si sale una bola roja o amarilla, y cero en otro caso; y la lotería 2B, que paga 100 dólares si sale una bola negra o amarilla. Cuando se hace experimentalmente, sucede que una buena proporción de personas (alrededor de un tercio en mi experiencia de clase) prefiere, estrictamente, la lotería 1A a la 2A y la 2B a la 1B. Si utilizamos la utilidad esperada, podemos escribir que la primera selección supone

$$n_r u(100) > n_n u(100)$$

Mientras que la segunda es

$$(1 - n_r) u(100) > (1 - n_n) u(100)$$

Donde n_r es la proporción de bolas rojas en la urna (1/3) y n_n la proporción de bolas negras, ambas desconocidas, pero se sabe que se encuentran entre cero y 2/3. Notemos que, con este inteligente diseño, Ellsberg creó un experimento en donde las personas deben tomar una decisión en un escenario de incertidumbre, pues la distribución de probabilidades es desconocida. Asimismo, las preferencias de este grupo de personas muestran una contradicción porque la primera nos dice que $n_r > n_n$ mientras la segunda $n_r < n_n$. Ellsberg interpreta esto como que las personas muestran una aversión a la ambigüedad porque en ambos casos eligen la lotería que se basa en un resultado cuya probabilidad conocen.

Futuros desarrollos en esta línea (Hong, Ratchfor y Sagi 2018) distinguen entre ambigüedad y complejidad, ofreciendo a los agentes diferentes opciones que contienen la misma ambigüedad, pero difieren en complejidad. Todas las loterías se basan en la misma distribución de probabilidades, de la cual se desconoce una parte, pero pueden representarse en forma sencilla, como en el experimento original, o más complicada, en varias etapas. Esto permite a los autores diferenciar entre las personas que disciernen mejor la complejidad y aquellas que no; estas últimas, por ejemplo, tienden a decidir aleatoriamente a medida que se incrementa la complejidad de la lotería. Entre el primer grupo, los autores encuentran que alrededor

del 70 % no tiene un comportamiento bayesiano, es decir, no asignan una probabilidad subjetiva y deciden en concordancia, sino que lo abordan como una situación de ambigüedad. En definitiva, hay en el proceso de decisión humana mucho más que lo que incluyeron originalmente Von Neumann y Morgenstern (1944) y sigue siendo de uso generalizado en la teoría económica.

De Arrow-Debreu a Radner

Debreu, si bien fue formado por los Bourbaki, no cayó en la exageración de desarrollar teorías sin ninguna intuición o sin pretensión de decir algo sobre el mundo real. De hecho, las teorías abstractas son útiles para él en la medida en que pueden ser reinterpretadas en sentidos más generales. Tal es el caso del concepto de equilibrio walrasiano que hemos visto. Una hábil reinterpretación de la concepción de *bien* permite a Arrow y Debreu introducir la noción de riesgo en el sistema. Para ello, redefinamos el bien tal que

$$x = (x_{1,1}, x_{1,2}, \ldots, x_{1,L-1}, x_{1,L}, x_{2,1}, x_{2,2}, \ldots, x_{2,L-1}, x_{2,L}, \ldots x_{s,L}, x_{s,1}, x_{s,2}, \ldots x_{s,L-1}, x_{s,L}, \ldots, x_{S,1}, \ldots, x_{S,L})$$

O, de manera más sucinta, $x = (x_{s,l},\ s = 1,2,3 \ldots S;\ l = 1,2,3 \ldots L) \in \mathbb{R}^{LS}$ donde s es cada uno de los posibles estados que puede tomar el universo, de S posibles, y l tiene el mismo sentido anterior; es decir, $x_{s,l} \in \mathbb{R}$ es una cantidad determinada del bien l, en el estado del universo s, mientras designamos como $x_s \in \mathbb{R}^L$ una canasta de bienes a ser recibida en el estado s. Por ejemplo, si los estados posibles del universo son dos, día soleado o día lluvioso, $x_{s=lluvioso,l=helado}$ sería una cantidad determinada de helado en un día lluvioso, mientras que $x_{s=soleado,l=helado}$ sería una cantidad determinada de helado en un día soleado. Arrow y Debreu llamaron a este tipo de bienes como bienes contingentes.

Las asignaciones iniciales también deben expresarse en forma contingente: ($\omega_{i,s,l}$, $i = 1,2,3 \ldots I$, $s = 1,2,3 \ldots S$; $l = 1,2,3 \ldots L$), $\omega_{i,s,l}$, es la cantidad del bien l que es asignada al agente i en el estado del universo s. Cada individuo i asigna probabilidades subjetivas a la ocurrencia de los estados $\pi_{i,s}$.

Incluso las preferencias de los agentes podrían cambiar con los estados, por lo que tendríamos $\succcurlyeq_{i,s}$, y sus correspondientes funciones de utilidad $u_{i,s}(\cdot)$,, que pueden ser diferentes para cada individuo y para cada estado del universo, pero será suficiente si las preferencias se definen sobre el espacio de los bienes contingentes. Para dos canastas contingentes x y $\hat{x}$ decimos que

$$x \succcurlyeq_i \hat{x} \Leftrightarrow \sum_{s \in S} \pi_{i,s} u_{i,s}(x_s) \geq \sum_{s \in S} \pi_{i,s} u_{i,s}(\hat{x}_s)$$

Notemos que se asume que la distribución de probabilidades $\pi_{i,\star}$ en el espacio de los estados de la naturaleza es individual. De hecho, estas probabilidades no necesitan estar ligadas a ninguna información o característica objetiva del sistema, pueden ser tan subjetivas como las preferencias.

Cada individuo tiene su participación en la propiedad de las empresas $\theta_{i,j} \geq 0{,}1 = \sum_{j=1}^{J} \theta_{i,j} \; \forall i \in I$, donde J es el conjunto de las empresas. El conjunto de producción de cada empresa también es contingente, por lo que el conjunto de producción $Y_j = (Y_{j,1}, Y_{j,2}, ..., Y_{j,S})$ es tal que cada $Y_{j,s}$ es el conjunto de producción que se realiza en cada estado. Si definimos el vector de precios contingentes $P^* = (P^*_1, P^*_2, \ldots, P^*_S)$, entonces el problema de cada productor es elegir el nivel de $y_j^* \in Y_j$ tal que $y_j^* P^* \geq y_j P^* \; \forall y_j \in Y_j$. Esta desigualdad se cumplirá si y solo si la desigualdad se cumple en cada estado, es decir, $y^*_{j,s} P^*_s \geq y_{j,s} P^*_s \; \forall y_{j,s} \in Y_{j,s}$, por lo que el problema del productor en realidad es elegir su vector de producción óptimo para cada estado del universo.

Definimos el conjunto presupuestario contingente del agente i como $B^i_p = \{x: xP^* \leq P^* \omega_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^* y_j^*\}$. Entonces, decimos que la tripleta $(P^*, \{y_j^*: j = 1, ..., J\}, \{x_i^*: i = 1, ..., I\})$ constituye un equilibrio de Arrow-Debreu de esta economía de propiedad privada si se cumplen tres condiciones:

1. $\forall i = 1,..,I: x_i^* \in B_p^i \, t.q. x_i^* \succcurlyeq_i x \; \forall x \in B_p^i$
2. $\forall j = 1,..,J: y_j^* \in Y_j \, t.q. \; y_j^* P^* \geq y_j P^* \; \forall y_j \in Y_j$
3. $\sum_{j=1}^{J} y_j^* + \sum_{i=1}^{I} \omega_i = \sum_{i=1}^{I} x_i^*$

La tercera condición nos dice que la producción más la asignación inicial debe ser igual a la demanda agregada en cada bien y para cada estado; o

sea, existe un total de *LS* igualdades. Debemos notar también que una vez que la aleatoriedad se resuelve, digamos que el estado es *s*, tenemos que $\forall i = 1,..,I\colon x^*_{i,s} \in X_s \; t.q. x^*_{i,s} \succcurlyeq_{i,s} x_s \; \forall x_s\colon x_s P^*_s \leq P^*_s \omega_i + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P^*_s y^*_{j,s}$, la restricción presupuestaria se cumple para cada estado. El resultado principal es resumido por Majumdar (2009, 7) así:

> en resumen, la incertidumbre [riesgo, en nuestra definición n.d.a.] se modela en términos de un conjunto ampliado de mercancías (con la correspondiente expansión del número de mercados), y luego se obtienen resultados sobre la existencia y la optimalidad de un equilibrio paralelo al caso de certeza con el mismo aparato analítico.

Por tratarse de la misma estructura, el primer teorema del bienestar es aplicable tal como aparece en la sección 4.5. Esto implica que una vez que se realiza un estado de la naturaleza y los agentes reciben los bienes que compraron y entregan los bienes que vendieron, no tienen incentivos para modificar sus canastas de consumo. Dicho de otra forma, si justo antes del consumo se abren nuevamente los mercados, nadie estaría interesado en hacer nuevas transacciones. Esto es así porque la condición (1) asegura que cada consumidor cumple la restricción presupuestaria en cada uno de los estados. Por esto, si suponemos que alguien puede mejorar estrictamente y nadie puede empeorar, una vez realizado el estado del universo, significaría que el equilibrio walrasiano, definido por las condiciones (1), (2) y (3), no es óptimo en el sentido de Pareto, lo cual implicaría que no se trata de un estado de equilibrio y constituiría una contradicción.

La ficción de los mercados de bienes contingentes puede crear la ilusión de que solamente se requiere que la economía llegue a un equilibrio (tal vez asumiendo un subastador walrasiano), entonces cada agente actuará en ese escenario como precio-aceptante y, por tanto, no necesita hacer predicciones sobre los precios vigentes en el futuro. En otros términos, si en la versión original del equilibrio walrasiano ya recurrimos al supuesto del subastador walrasiano, o nos conformamos con saber que el equilibrio existe y asumimos que los agentes miran y toman el precio que rige en el mercado para cada bien, al suponer la existencia de mercados para bienes contingentes, no ha hecho falta asumir

nada adicional, solamente la existencia de las probabilidades subjetivas $\pi_{i,s}$ que incluso pueden ser información privada. Sin embargo, esto es falso porque los agentes, tanto productores como consumidores, deberán hacer predicciones sobre los vectores de precios vigentes en cada estado de la naturaleza.

Tal como en los modelos de Ramsey y sus sucesores, los agentes tendrán que tomar decisiones con base en sus expectativas de las variables macroeconómicas clave, por lo que se alcanzará un equilibrio cuando estas expectativas sean acertadas. Se requiere tomar en cuenta el efecto de las expectativas de los agentes con respecto a los precios futuros en el proceso de formación de precios y realización del equilibrio. Para verlo más claramente, utilicemos el otro enfoque creado por Roy Radner (1968) y su equivalencia (al menos parcial) con el enfoque de Arrow y Debreu (1954).

En la economía de Radner (1968) tenemos dos periodos definidos. En el primero se conocen los posibles estados futuros de la naturaleza y la respectiva distribución de probabilidades que corresponde a cada individuo, y se comercia solo un bien (digamos que el primero). En el segundo se realiza el estado de la naturaleza y se abren los mercados de todos los bienes. Visto así, la tarea de los agentes es utilizar el comercio del bien uno para transferir riqueza desde el primer periodo hasta el estado del universo que se realice en el segundo periodo (lo que se conoce como mercados *forward*, a futuro) y así comprar la canasta de bienes óptima en ese estado (mercados *spot*).

Usemos la definición del bien contingente

$x = (x_{s,l},\ s = 1,2,3\ ...S;\ l = 1,2,3\ ...L) \in \mathbb{R}^{LS}$, y designemos a $q = (q_1,\ q_2,\ ...\ ,\ q_S)$ como los precios del bien uno transados en el tiempo uno, y $c_i = (c_{1,i},\ c_{2,i},\ ...\ ,\ c_{S,i})$, las cantidades, contingentes al estado, transadas por el agente i en el periodo uno. La restricción presupuestaria en el primer tiempo es $\sum_{s\in S} c_{s,i}\, q_s \leq 0$. En el periodo dos, en cada estado s, los agentes contarán con lo que se transfirió desde el periodo uno más el valor nominal de sus asignaciones iniciales y su participación en las ganancias de las empresas, por lo que su canasta en ese estado deberá sujetarse a la restricción $x_{s,i}\, P_s^* \leq P_s^*\, \omega_{s,i} + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} P_s^*\, y_{s,j}^*$.

En resumen, el problema del consumidor es encontrar $c_i \in \mathbb{R}^S$ y $x_i^* \in B_p^i$ tal que $\sum_{s\in S} c_{1,i}\, q_1 \leq 0$ y $x_i^* \succcurlyeq_i x\ \forall x \in B_p^i$. El productor, por su parte, resuelve el mismo problema anterior, encontrar $y_j^* \in Y_j$ t.q. $y_j^* P^* \geq y_j P^*\ \forall y_j \in Y_j$.

Un equilibrio de Radner será una colección de precios q^* del bien uno en tiempo uno, y cantidades transadas de ese bien $\{c_1^*, c_2^*, \ldots, c_I^*\}$ también en el tiempo uno; un vector de precios contingentes P^*, canastas de consumo contingente x_i^*, vectores de producción y_j^* también contingentes que sean tales que c_i^* y x_i^* conformen la solución del problema del consumidor que definimos arriba, y y_j^* constituya la solución del problema del productor definido arriba. Adicionalmente se cumplen las siguientes condiciones de equilibrio:

$$\sum_{i=1}^{I} c_{i,s}^* \leq 0, \ \sum_{j=1}^{J} y_{j,s}^* + \sum_{i=1}^{I} \omega_{i,s} = \sum_{i=1}^{I} x_{i,s}^* \ \forall s = 1,2,\ldots,S$$

Notemos que, a pesar de que estamos hablando de precios y vectores de producción y consumo contingentes, su naturaleza es distinta a aquella que poseen en el equilibrio de Arrow-Debreu, porque en el equilibrio de Radner lo que se define en el primer periodo son los precios y cantidades del bien uno (estas últimas, contingentes al estado que el universo tenga en el periodo dos), que es el único que se transa en ese periodo. En el segundo periodo, con los recursos que cada agente transfirió al estado del universo que se realice, los mercados de todos los bienes se abrirán al comercio, entonces se definirán las cantidades transadas y los precios de transacción. En el equilibrio de Arrow-Debreu, en cambio, estos precios y cantidades al regir en cada estado, se definen en el tiempo uno.

Vemos que en el equilibrio de Radner está más claramente representado el carácter secuencial de la presencia del riesgo y su resolución. Asimismo, queda claro que los agentes deben tener las expectativas *correctas* de los precios en el segundo periodo –o sea, ser capaces de predecir el vector de precios que habrá en cada estado de la naturaleza en el periodo dos– para hacer la optimización que les corresponde. Este enfoque ya se lo puede encontrar en Hicks (1939, 132),[8] específicamente en su análisis dinámico, cuando asume que "en equilibrio, el cambio de precios que se produce es el esperado".

[8] Sería injusto afirmar que el análisis de Hicks termina ahí. Este supuesto, coincidente con Radner, sirve para tan solo uno de los escenarios que Hicks analiza. De hecho, su análisis puede ser considerado como precursor del *sunspots equilibria*.

En la obra de Mas-Colell, Whinston y Green (1995, 699) encontramos la demostración de que estas dos definiciones de equilibrio son equivalentes.

> El conjunto de los equilibrios de Arrow-Debreu (inducidos por el comercio en "un solo disparo" en *LS* bienes contingentes) y el conjunto de equilibrios de Radner (inducidos por el comercio contingente en un solo bien, seguido secuencialmente por comercio *spot*) son idénticos.

Sin embargo, desde nuestro punto de vista, el potencial intuitivo del equilibrio de Radner es superior. Así, refiriéndose al equilibrio de Arrow-Debreu, Majumdar (2009, 4) dice:

> me inclino más a argumentar que un modelo con toma de decisiones "de una vez por todas" (lo que lo hace formalmente equivalente a una contraparte estática) es inadecuado para producir un análisis genuinamente dinámico que involucre asignación intertemporal y bienestar.

Esto podemos constatar claramente cuando vemos la naturalidad con la que en el equilibrio de Radner se puede hablar del concepto de mercados completos. Hemos supuesto en la definición inicial de dicho equilibrio que existe un bien contingente por cada posible estado de la naturaleza. Sin embargo, pueden existir varios tipos de activos (financieros, que pagan en numerario, o físicos, que pagan en bienes) que pagan según diferentes estructuras en los distintos estados de la naturaleza. Así, un activo k podría pagar, hipotéticamente, solo en dos estados de la naturaleza. Por ejemplo, un seguro que paga solo en dos situaciones de siniestro, los estados 1 y k, lo que podría representarse como un vector de pagos por estado de la naturaleza $(r_{k,1},0, \ldots,0, r_{k,s})$. Entonces, podemos conformar una matriz con los retornos $r_{k,s}$ de cada uno de los activos de esta forma:

$$R = \begin{bmatrix} r_{1,1}, r_{1,2}, \ldots, r_{1,S} \\ \vdots \\ r_{K,1}, r_{K,2}, \ldots, r_{K,S} \end{bmatrix}$$

En el tiempo uno será posible transferir los recursos que se deseen a cualquier estado futuro del universo si el rango de la matriz R es igual al número de estados S. Si este rango es menor que S, no será posible transferir recursos a cierto(s) estado(s) y se dirá que los mercados son incompletos. Al ser imposible esta transferencia, el resultado no será óptimo de Pareto.

También se puede introducir de forma muy natural el tratamiento no solo de dos periodos, sino de muchos más, y se puede ir resolviendo, parcial e incrementalmente, la aleatoriedad en cada uno de ellos. Así, por ejemplo, en el periodo uno podemos esperar que en el periodo dos tengamos uno de dos posibles estados de la naturaleza: $\{s_1, s_2\}$. No obstante, en el periodo dos no llegamos al comercio de todos los bienes y al consumo, sino a la expectativa de que en el periodo tres sucederá uno de, supongamos, dos estados condicionados al estado que ocurrió en el tiempo dos. De este modo, si sucedió s_1, la expectativa es que en el periodo tres puede suceder $\{s_{1,1}, s_{1,2}\}$ y si, por el contrario, sucedió s_2, la expectativa es que en el periodo tres puede suceder $\{s_{2,1}, s_{2,2}\}$ y así sucesivamente. Las generalizaciones de este tipo de conceptos conducen a la teoría de filtraciones, en la teoría de probabilidades, que son de amplio uso en la valoración de derivados financieros. La aplicación de las herramientas del cálculo estocástico al esquema de Radner es muy directa.[9]

Las decisiones colectivas: el teorema de imposibilidad

En el primer capítulo abordamos las propuestas de Condorcet, Borda y Bentham para tomar decisiones de manera democrática como alternativa a formas de gobierno anteriores basadas en las decisiones de los reyes (por derecho divino) o en las de las aristocracias nacidas del poder militar. El estado actual del arte se puede sintetizar en dos aportes: el primero, cuyas implicaciones son negativas, es conocido como el teorema de imposibilidad de Arrow (1950) y, el segundo, más bien optimista, fue formulado por Dasgupta y Maskin (1998). En esta sección los revisaremos con mayor detalle, partiendo del vigésimo primer capítulo de la obra de Mas-Colell, Whinston y Green (1995) y de Maskin y Sen (2014).

[9] Se encuentra mayor detalle en las obras de Klebaner (2005) y de Billingsley y Wiley (1995).

Consideremos un conjunto de opciones X, que no necesariamente son canastas, sino cualquier tipo de opciones. Llamemos $\mathfrak{R}$ al conjunto de las preferencias racionales[10] $\succcurlyeq$ sobre X. Si tenemos I individuos, denominamos agregador de bienestar social a una función F_s: $\mathfrak{R}^I \rightarrow \mathfrak{R}$, es decir, que a cada perfil de preferencias de los individuos se le asigna una preferencia (llamémosla social) también racional: F_s: $(\succcurlyeq_1, \succcurlyeq_2, \ldots, \succcurlyeq_1) = \succcurlyeq_S$. A las preferencias sociales $\succcurlyeq_S$, además de ser completas y transitivas, se les impone los requisitos de ser

- Paretianas: que si entre dos opciones $\{x, y\}$ los individuos siempre prefieren x estrictamente, entonces debe ser que $x \succ_S y$.
- Independencia de alternativas irrelevantes: que el ordenamiento social entre dos opciones $\{x, y\}$ –en otras palabras, cuál de las dos opciones es preferida socialmente– dependa solo de las preferencias individuales entre esas dos opciones.
- No dictatorial: que no exista un individuo $d \in I$ tal que, ante cualquier par de opciones $\{x, y\}$, si $x \succ_d y$, entonces necesariamente $x \succ_s y$.

El teorema de imposibilidad de Arrow plantea que si en X hay al menos tres alternativas, entonces ese agregador de bienestar social F_s $(\succcurlyeq_1, \succcurlyeq_2, \ldots, \succcurlyeq_I)$ racional no existe. Notemos que queremos que esa función esté definida para cualquier posible conjunto de preferencias racionales no estrictas $(\succcurlyeq_1, \succcurlyeq_2, \ldots, \succcurlyeq_I)$. El teorema también es válido si el conjunto de salida es el conjunto de preferencias racionales estrictas, es decir, $(\succ_1, \succ_2, \ldots, \succ_I)$.

Diversas exploraciones se han hecho para tratar de relajar los requisitos impuestos al agregador de bienestar social, sin mucho éxito. Así, se puede asumir que las preferencias individuales son de un solo pico o unimodales (a las que hemos hecho referencia anteriormente). Estas son preferencias tales que las opciones pueden ser colocadas en una sola dimensión (digamos, una línea recta) y en las cuales para cada individuo existe un único punto máximo de su preferencia, dicha preferencia disminuye a medida que las opciones se alejan de ese punto máximo.

[10] Las preferencias estrictas se definen a partir de las no estrictas $x \succ y \Leftrightarrow x \succcurlyeq y$ & *no* $(y \succcurlyeq x)$.

Para este caso, tal como se demostró antes, el teorema del votante medio permite ordenar las opciones en X. Sin embargo, aclaran Maskin y Sen (2014, 14), "en el caso general, cuando las opciones tienen múltiples dimensiones consideradas relevantes por los votantes, la mayoría de las restricciones sobre perfiles de preferencias individuales que han sido discutidos en la literatura, es poco probable que estén satisfechos".

Otro tipo de debilitamiento de las condiciones de Arrow se puede obtener debilitando las propiedades que queremos que cumplan las preferencias sociales. Se puede pedir que las preferencias sociales sean acíclicas, o sea, que para cada $A \subset X$, el conjunto $\{x \in A \; t.q. \; x \succcurlyeq_s y, \forall y \in A\}$ no sea vacío. Esta última es una condición más débil que la transitividad, porque es necesaria para que la transitividad se cumpla. En este caso será posible un ordenamiento social oligárquico, es decir, existirá un grupo $S \subset I$, tal que para cualquier par de opciones $\{x, y\} \subset X$ se podrá decir que $x \succcurlyeq_s y$, siempre y cuando exista al menos un miembro de la oligarquía $h \in S$ para el cual $x \succcurlyeq_h y$. Notemos que este método, en general, produciría muchas situaciones de indiferencia, a menos que S tenga un solo elemento, en cuyo caso se trataría de una dictadura, explícitamente excluida como opción en la versión del teorema de Arrow que hemos expuesto. Esto se debe a que sería altamente probable, en toda la variedad de preferencias individuales racionales que constan en el conjunto de salida, que un miembro h de la oligarquía prefiera $x \succcurlyeq_h y$, mientras otro $\hat{h}$ prefiera $y \succcurlyeq_{\hat{h}} x$, por lo que se tendría tanto $x \succcurlyeq_s y$ como $y \succcurlyeq_s x$. Para tener un ordenamiento estricto, $x \succ_s y$, se requiere que toda la oligarquía esté de acuerdo en $x \succcurlyeq_h y$ & *no* $y \succcurlyeq_h x$. Dicho de otro modo, al relajar el requisito de racionalidad de las preferencias sociales no se logra mucho, pues llegamos a una situación ya sea de indiferencia generalizada en las preferencias sociales que así se obtienen, o al requisito de unanimidad en una oligarquía. La única forma de reconciliar este resultado con la democracia es que $S = I$, lo cual significa unanimidad social.

Dasgupta y Maskin (1998) tienen una aproximación diferente. En lugar de buscar agregadores de bienestar social comparan reglas de votación. Sea X el conjunto de candidatos, con cardinalidad mayor o igual que tres. Sobre este conjunto los electores tienen preferencias estrictas (esto es, no hay empates entre candidatos en las preferencias de cada individuo) que denominamos $\succ_i$ para el individuo i. Denominemos como $\mathfrak{R}$ al conjunto de

esas preferencias. Una regla de votación es una función que a cada perfil de preferencias de los individuos[11] $(\succ_i)_{i\in I}$ y a cada subconjunto de opciones $Y \subset X$, le asigna un subconjunto, que podría ser vacío, de Y: $F: \Re^I \times P(X) \rightarrow P(X)$, es decir $F((\succ_i)_{i\in I}, Y) \subset Y$, donde $P(X)$ es el conjunto partes de X.

Algunas propiedades deseables de un sistema de votación son:

- Propiedad de Pareto: si para un par $\{x, y\} \subset X$ se tiene que $x \succ_i y \forall i \in I$, entonces si $x \in Y$, se tiene que $y \notin F((\succ_i)_{i\in I}, Y)$.
- Anonimato entre electores: significa que si cambiamos el *nombre* (índice) de los electores mediante una permutación $\pi(i)$, el resultado electoral debe ser el mismo.
- Anonimato entre candidatos: significa que si la permutación es entre candidatos, el resultado no debe cambiar. Las dos condiciones anteriores garantizan que ningún individuo, ni opción, ni candidato tenga tratamiento preferencial.
- Independencia de alternativas irrelevantes: se refiere a que, para cualquier perfil de preferencias y cualquier conjunto de opciones, si $x \in F((\succ_i)_{i\in I}, Y)$, para cualquier subconjunto $Y' \subset Y$, entonces si $x \in Y'$, deberá ser el caso que $x \in F((\succ_i)_{i\in I}, Y')$. En otros términos, si en un conjunto de alternativas Y se tiene que x es escogido, entonces, cuando se remuevan otras alternativas que inicialmente constan en Y, x seguirá siendo seleccionado.
- Regla de votación: se requiere que esta regla sea decisiva, es decir, que produzca siempre un único resultado, esto es, que $F((\succ_i)_{i\in I}, Y)$ sea unitario. Dasgupta y Maskin eliminan la posibilidad del empate (mitad de la población por una alternativa y la otra mitad por la otra opción) y llaman a esta restricción que la votación sea genéricamente decisiva.

En un resultado consistente y reminiscente al teorema de imposibilidad de Arrow, Dasgupta y Maskin (1998) demuestran que no hay una regla de votación que cumpla con estos cinco requisitos si el dominio de las preferencias es tan general como $\Re^I$. Sin embargo, en un brillante replanteamiento

[11] Dasgupta y Maskin (1998) usan un continuo de individuos y la medida de Lebesgue. Puesto que no es nuestro objetivo ofrecer la demostración de su teorema, no hacemos hincapié en la continuidad del conjunto de electores.

del problema, ambos autores demuestran que existe una regla que funciona mejor que cualquier otra regla de votación, se trata de la regla mayoritaria que explicamos de la siguiente manera.

Una opción es preferida según la regla mayoritaria si puede vencer (obtener más de la mitad de los votos) a cada una de las otras opciones. Cabe que notemos que esta regla de votación se trata del ganador de Condorcet. Dasgupta y Maskin (citados en Maskin y Sen 2014, 101) demuestran que si hay un dominio de preferencias, un subconjunto de $\mathfrak{R}^I$, en donde otra regla de votación funciona bien (cumple con los cinco requisitos anteriores), entonces la regla mayoritaria también funciona bien en ese dominio; y, para cualquier otra regla de votación, existen dominios de preferencias en los cuales la regla mayoritaria trabaja bien, y esta otra regla no.

Hay un paralelismo entre el resultado de imposibilidad de Arrow y la existencia potencial de muchos equilibrios walrasianos, consecuencia del teorema de MDS. Esto significa que no se pueden ignorar los mecanismos institucionales para procesar los desequilibrios que puedan ocurrir en el mercado y que serán estos mecanismos, según su dinámica específica, los que definirán cuál de los equilibrios, si es el caso, se alcanza. Asimismo, Mas-Colell, Whinston y Green (1995, 799) consideran que "lo que el teorema de Arrow nos dice, en esencia, es que los detalles institucionales y procedimientos del proceso político no pueden ser ignorados". Dicho de otro modo, hay potencialmente muchos procedimientos democráticos, en el sentido que se da importancia a las preferencias de cada individuo, que se podrían adoptar, y la institucionalidad específica de cada procedimiento jugará un papel relevante en los resultados que se alcancen. En ninguno de los dos casos, mercado y decisión colectiva, hay un resultado único mejor al cual deberíamos apuntar. Este paralelismo cobra importancia si, como lo hicimos anteriormente, consideramos al sistema social en su conjunto, en donde lo institucional, lo económico y lo político interactúan inseparablemente. Así, será el diseño institucional el que defina cómo se toman las decisiones colectivas, cómo se procesan los desequilibrios del mercado; será el poder político el que sostenga el diseño institucional, y será el diseño institucional y la distribución de los recursos económicos los que determinen la distribución del poder político en un sistema social.

Capítulo 5
Crítica a los principales supuestos del modelo neoclásico

En esta sección revisamos con más detalle algunos de los supuestos típicos de los modelos neoclásicos, tales como preferencias exógenas, racionales y fijas; el agente representativo; la agregación de importantes variables de estado, como el *stock* de capital; las expectativas racionales, y el aprendizaje de los agentes sobre el funcionamiento de la economía.

Los economistas están tan acostumbrados a pensar en términos agregados que no les llama la atención que un modelo contenga entre sus variables de estado, por ejemplo, el capital agregado de toda una economía. Sin embargo, el capital de una economía está conformado por diversos tipos de maquinaria, de variada tecnología, vigencia (obsolescencia tecnológica) y durabilidad. Su agregación es un tema difícil de resolver que generó profundas discusiones entre poskeynesianos y neoclásicos allá por los años cincuenta. Aunque los poskeynesianos ganaron la controversia en el campo teórico, en el profesional se procedió, y se procede, como si el resultado hubiese sido el contrario, pero, como veremos más adelante, esto podría estar cambiando. También es común calcular econométricamente funciones de demanda agregada, no obstante, este tipo de procedimientos tiene también su dificultad teórica.

Asimismo, debemos reflexionar más detenidamente sobre el supuesto de previsibilidad perfecta de los agentes económicos, lo que nos llevará a una definición más precisa del concepto de expectativas racionales. Suponer que los agentes tienen expectativas racionales es demasiado fuerte.

Una posible salida más realista es que los agentes aprenden a formar sus expectativas y, con suerte, estas convergen hacia las expectativas racionales. El proceso de aprendizaje podría servir también para seleccionar uno o, al menos, un subconjunto pequeño de equilibrios dentro de los equilibrios múltiples que puede presentar un modelo macroeconómico. Los resultados de esta aproximación nos son, a nuestro parecer, halagadores.

Preferencias endógenas

Uno de los tres pilares de los modelos neoclásicos son las preferencias de los agentes, que se asumen bien ordenadas (racionales) y completas (el orden es sobre todos los pares de opciones posibles). Con esa base, y sujetándose a sus restricciones presupuestarias, los agentes definen sus demandas. Una forma de elucidar las sólidas preferencias de un individuo es, supuestamente, averiguando cuánto está dispuesto a pagar por varias opciones de bienes. Ariely, Loewenstein y Prelec (2005) llevaron a cabo un experimento que consistía en mostrar a los sujetos un número aleatorio (los individuos saben que se trata de una variable aleatoria) y luego pedirles que valoren un bien. La correlación entre la variable aleatoria y el valor estimado del bien es sorprendentemente alta y positiva, lo que demostraría que los valores iniciales de las estimaciones tienen mucho de arbitrarios. No obstante, los agentes tratan de mantener coherencia en estimaciones posteriores que tienen alguna relación con la primera (por ejemplo, en la primera etapa se estima el valor de una botella de vino, mientras que, en la segunda, se estima otra botella de vino, de evidente mejor calidad). No solo que las personas no tendrían una valoración monetaria de los bienes que podrían incorporar a su canasta de consumo, y que supuestamente evaluaron al momento de elegir su verdadera canasta de consumo, sino que tampoco tendrían un criterio sólido sobre si una experiencia es buena o mala. Por ello, "la misma experiencia puede ser deseada o evitada según el contexto y presentación" (Ariely, Loewenstein y Prelec 2005, 4).

En términos más generales, las preferencias no están determinadas con anterioridad en la mente del consumidor, sino que "las preferencias de

las personas a menudo se construyen en el proceso de elicitación" (Slovic 1995, 364). Este tipo de comportamientos de los agentes es otra fuente adicional de endogeneidad.

> La arbitrariedad coherente viola los supuestos económicos básicos acerca de cómo surge el "equilibrio general" de una economía. La economía moderna asume que las preferencias exógenas de los consumidores interactúan con las "tecnologías" y las dotaciones iniciales para producir estados de equilibrio de la economía: precios y niveles de producción. Este análisis se desmorona si las propias preferencias están influidas por los mismos estados de equilibrio que se supone que crean (Ariely, Loewenstein y Prelec 2005, 13).

Imaginemos que un choque macroeconómico modifica la curva de exceso de demanda, esto originaría nuevos y múltiples equilibrios, por supuesto, pero dependerían de las preferencias que se evidenciaron (y formaron) en las transacciones que se hicieron posteriores a la situación inicial. No solo que tenemos indeterminación sobre el equilibrio al cual podría dirigirse la economía, sino que nueva información sobre los precios (y, como veremos más adelante, sobre las preferencias de los otros agentes), que antes no era focal, serviría como ancla para definir las preferencias mismas y, por tanto, para crear nuevos equilibrios. Ariely, Loewenstein y Prelec (2005, 14), al respecto, dicen: "un cierto nivel de precios puede prevalecer debido al anclaje colectivo, desencadenado por accidentes históricos o manipulaciones".

El concepto de *deseo mimético* (deseamos lo que los otros desean) propuesto por René Girard (1978) abona al carácter endógeno de las preferencias. En nuestros términos, esto significa que nuestras preferencias estarían altamente influidas por las de aquellos que constituyen nuestro entorno relevante, mientras que al mismo tiempo nosotros somos parte del entorno relevante de otros. Si de copiar preferencias se trata, no todos los ejemplos son iguales. Como aclara Livingston (1994, 299), "parece correcto decir que las personas a menudo aprenden preferencias de otros que han emergido como modelos sobresalientes. Los ruidosos discursos públicos de persuasión, prestigio y estrellato de hoy están diseñados para fomentar precisamente este tipo de modelado".

La influencia social en las preferencias individuales va más allá del contagio de las preferencias. Nuestras preferencias no se refieren solamente a canastas de consumo, como tradicionalmente se aborda en microeconomía, sino también a situaciones sociales globales, tales como la equidad en la distribución del ingreso en una sociedad. También incluyen preocupaciones por la imagen que proyectamos a los demás, el grado de cumplimiento de las reglas morales tales como la reciprocidad o sentimientos de culpa o arrepentimiento.

En este sentido, Akerlof y Kranton (2000) incluyen la variable identidad en la función de utilidad individual. La identidad, en este modelo, es asignada socialmente a los individuos de acuerdo con sus características personales (como género, raza, etc,) junto con las prescripciones de comportamiento a las cuales debe sujetarse cada identidad. Cuando el comportamiento del individuo se aparta de la prescripción siente desutilidad. Estos autores distinguen entre normas (donde, si el individuo no las sigue, recibe un castigo infringido por otro agente) y prescripciones (donde el castigo o desutilidad es interno y originado por el mismo individuo, es decir, la forma en que este ha internalizado su identidad). Adicionalmente, puede experimentar desutilidad si observa a otros individuos apartarse de las prescripciones sociales asignadas a su identidad, lo cual puede originar una respuesta por parte del primero al comportamiento de los segundos. Akerlof y Kranton (2020, 717) consideran que "la identidad subyace a un nuevo tipo de externalidad. Las acciones de una persona pueden tener significado y provocar respuestas en los demás." Asimismo, los autores creen que tanto las identidades como las prescripciones pueden cambiar, pero no abordan el tema como una dinámica endógena de un sistema social, sino esencialmente como algo exógeno al individuo, donde su interés se centra en las consecuencias de estos cambios en el comportamiento individual.

La teoría de juegos sicológicos ofrece un enfoque más amplio, donde "las preferencias dependen directamente de las creencias de uno o de las creencias de otros" (Battigalli y Dufwenberg 2022, 833). En esta perspectiva se puede incluir, por ejemplo, la preocupación sobre la propia reputación. Supongamos que la imagen que los otros se forman sobre un individuo (o lo que este último cree que los demás piensan sobre él) depende del

cumplimiento de alguna norma social, por ejemplo, vestir una prenda que se considera elegante; pero aquello que se considera una prenda elegante es socialmente endógeno, en el sentido de que depende de lo que los otros consideren elegante. Si la elegancia de una prenda depende de criterios objetivos, la opinión de los otros se convierte, en el mejor de los casos, en información intermedia para estimar mejor esos criterios objetivos; pero si no existen tales criterios, qué es elegancia. Consecuentemente, el tipo de prendas que demandan y visten los individuos se vuelve completamente endógeno.

El tema ya fue abordado por John Maynard Keynes (1883-1946), quien propuso el hipotético juego llamado *beauty contest* (Keynes [1936] 2012). En el juego, cada uno de los miembros de un jurado deberá elegir –de entre un grupo de chicas– a aquella que la mayoría de los miembros del jurado considere la más atractiva. No se trata, entonces, de que cada juez elija a la mujer que él considera la más bella, ni siquiera a aquella que él piense que los otros considerarán la más bella, sino aquella que él piense será electa por la mayoría. Keynes lo explica así: "hemos llegado al tercer grado donde dedicamos nuestras inteligencias a anticipar lo que la opinión media espera que sea la opinión media. Y hay algunos, creo, que practican los grados cuarto, quinto y superiores" (Keynes [1936] 2012, 156). El autor planteaba este concurso hipotético como una metáfora de lo que, en su opinión, sucedía en el mercado de valores, ya que no se trataba necesariamente de comprar aquellas acciones cuyos fundamentales (flujo neto de caja, por ejemplo) sean mejores, sino aquellas que los otros *traders* piensen que serán demandadas por los otros *traders* y que, por ese motivo, subirán de valor. Notemos que, a diferencia del juego de la elegancia, aquí sí existiesen criterios objetivos para valorar una acción (los fundamentales de la empresa) y, aun así, la valoración de esos activos será un resultado endógeno de las creencias de los participantes en el juego.

Las preferencias no son ni fijas ni exógenas, sino más bien miméticas y dinámicas. De hecho, las expectativas también tienen un carácter social. Estos temas no son, actualmente, ajenos a la teoría económica, pero deberían ser investigados a mayor profundidad. Stiglitz (2017, 11) considera que "hay una creciente literatura en economía del comportamiento que

enfatiza la endogeneidad de las creencias, percepciones y comportamientos: somos seres sociales, y aquellos con quienes nos asociamos nos afectan en una miríada de formas".

Agente representativo

El problema de la agregación de variables microeconómicas fue evidente gracias a los desarrollos que llevaron al teorema de MDS. En síntesis, las agregaciones de demandas y ofertas no heredan las *buenas propiedades* que podríamos asignar a las demandas y ofertas individuales. Por ejemplo, si las demandas individuales son decrecientes en los precios, no necesariamente lo es la demanda agregada; o la agregación de demandas individuales que cumplen con el axioma débil de las preferencias reveladas no necesariamente cumple con dicho axioma. A pesar de esto, tanto las agregaciones como el agente representativo y la función de producción agregada han sido herramientas muy valiosas en la modelización macroeconómica dentro de la corriente principal de la disciplina económica. En esta sección analizamos ambas herramientas.

Según Thomas Sargent (2015, 47), Premio Nobel de Economía en 2011, "James Tobin dijo que la macroeconomía es un campo que logra aproximaciones viables al ignorar los efectos de las distribuciones de riqueza e ingresos sobre los agregados". Partiendo de esta definición, la macroeconomía parecería estar destinada a ser construida sobre los hombros del agente representativo, a quien ya lo vimos cuando analizamos el modelo de crecimiento de Ramsey, en donde la economía está poblada por individuos exactamente iguales y que, en el mismo entorno macroeconómico, toman decisiones idénticas. Aquí, primero abordaremos la versión más simple del agente representativo (como consumidor) lo cual nos permitirá observar las exigentes condiciones para que tal agente exista. Más adelante revisaremos el uso del agente representativo y de la función de producción agregada en modelos macroeconómicos y los avances prometedores que se están haciendo para introducir heterogeneidad en los hogares y en las firmas.

La forma más simple del agente representativo se puede explicar a continuación. Requerimos que se cumpla la siguiente igualdad:

$$X\left(P, \sum_i w_i\right) = \sum_i X_i(P, w_i)$$

Donde, a la izquierda, $X(.,.)$ es el vector de demanda agregada de un *agente representativo* cuya riqueza es el total de la riqueza de los agentes, $\sum_i w_i$. A la derecha tenemos la suma de las demandas individuales. Esta igualdad, por ejemplo, nos permitiría afirmar que la función de demanda agregada que obtenemos de hacer regresiones con datos macroeconómicos es el resultado, agregado, del comportamiento maximizador de los agentes individuales. La condición de Gorman (Mas-Colell, Whinston y Green 1995) es necesaria y suficiente para que tal igualdad se cumpla y, a su vez, establece que, para todos los agentes, todos los precios y todas las posibles riquezas individuales, la función de utilidad indirecta de cada agente[1] se pueda expresar así:

$$v_i(P, w_i) = a_i(P) + b(P)w_i$$

En la práctica, esto es posible en dos circunstancias. La primera, cuando las preferencias de los agentes son idénticas y homotéticas,[2] por lo que la heterogeneidad de los agentes se restringe a la distribución del ingreso. Al cumplirse la condición de Gorman, tal distribución resulta irrelevante para la demanda agregada y, por tanto, para el resultado macroeconómico. La otra circunstancia en la que se cumple la condición es que los agentes tengan preferencias cuasilineales, donde el bien numerario es el mismo para todos los individuos y, en consecuencia, no hay efecto riqueza en las demandas individuales de los bienes. Esta última opción, sin embargo, corresponde más bien a un análisis de equilibrio parcial, es decir, en donde el peso del mercado que se analiza es muy pequeño respecto al total de la economía.

[1] La función de utilidad indirecta es la función de utilidad evaluada en la canasta óptima que el agente puede elegir, la cual está sujeta a sus restricciones presupuestarias.

[2] Las preferencias son homotéticas cuando se cumple que si el agente es indiferente entre las canastas x y y, será indiferente entre ax y ay, con $a > 0$.

En los modelos tales como el de Ramsey o en los de inversión (del tipo q de Tobin, por ejemplo [D. Romer 2019]) el supuesto del agente representativo es crucial para obtener soluciones analíticas. En los modelos de equilibrio general walrasiano, en cambio, no hay razones teóricas que impidan la heterogeneidad en los hogares (consumidores) y/o en las firmas, tal como puede verse en la exposición de los modelos de equilibrio general (MEG) que hemos hecho. La razón para utilizar este supuesto difícil en los MEG es más bien práctica, debido a la gran cantidad de trabajo computacional que se requiere para encontrar las soluciones numéricas en los modelos con heterogeneidad, en especial en los modelos dinámicos.[3]

> La complejidad computacional surge porque en la formulación recursiva de modelos de agentes heterogéneos con choques agregados, los hogares requieren mucha información para resolver sus problemas de optimización dinámica: cada hogar no solo debe conocer su propio lugar en la distribución transversal del ingreso y la riqueza, también debe comprender la ley de movimiento del equilibrio para toda la distribución de la riqueza. Bajo expectativas racionales, esta ley de movimiento es un objeto de equilibrio endógeno, y resolverlo es un proceso computacionalmente intensivo (Kaplan y Violante 2018, 170).

Kaplan y Violante (2018) hicieron un estudio comparativo entre dos modelos que tienen idénticas estructuras de activos, tipos de funciones de utilidad, tecnologías, rigideces nominales y funciones de comportamiento de sus autoridades monetarias, pero que se diferencian en que el uno usa el agente representativo, mientras que el otro incorpora heterogeneidad en los hogares. Los autores someten a ambos modelos a diferentes choques y llegan a la conclusión de que

[3] Es importante notar que la dinámica que se incorpora en estos modelos no es la que llevaría al sistema del desequilibrio al equilibrio; más bien, se asume que la economía está en equilibrio oferta-utilización en cada instante. La dinámica en los modelos dinámicos es la que, a través de los *stocks* de activos, imprime las decisiones de consumo, ahorro e inversión de los agentes.

1. Los dos modelos dan el mismo resultado agregado, y, a través de los mismos mecanismos, si el choque es en los factores de descuento intertemporal de los hogares.
2. Ambos modelos generan el mismo resultado agregado, pero, mediante diferentes mecanismos, cuando el choque es en productividad.
3. Si los choques son monetarios o fiscales, los dos modelos arrojan respuestas distintas, tanto en mecanismos como en resultados agregados.

Baqaee y Farhi (2019a) reportan que los modelos basados en el agente representativo con preferencias homotéticas, por ejemplo, con múltiples sectores, presentan simetría en el efecto que un choque en un sector tiene en otro.

> Específicamente, en tales modelos, la respuesta de las ventas de un productor (o conjunto de productores) *i* a un *shock* de productividad en *j* es la misma que la respuesta de *j* a un *shock* en *i*. […] Esta propiedad improbable sugiere que tales modelos eficientes de redes de producción de agentes representativos, a pesar de su considerable influencia en los análisis empíricos y cuantitativos del comovimiento, también son restrictivos en dimensiones importantes e inesperadas (Baqaee y Farhi 2019a, 2).

Por supuesto, esta simetría no se sostiene ante la evidencia empírica. Estos autores logran romperla justamente asumiendo heterogeneidad en los consumidores, entre otras opciones (Baqaee y Farhi 2019a).

El desarrollo de nuevas herramientas computacionales y la disponibilidad cada vez mayor de datos desagregados sobre consumidores y hogares –además de la comprobación de que los modelos que se basan en el agente representativo no reproducen adecuadamente la dinámica macroeconómica– orientan el desarrollo de la modelización macroeconómica hacia la incorporación de la heterogeneidad en los hogares. Más aún, tal como lo expone Kirman (1992, 134), abandonar el agente representativo podría ayudar a la macroeconomía neoclásica a recuperar algunas propiedades agregadas deseables, "de hecho, contrariamente a lo que parece sugerir la práctica macroeconómica actual, requerir heterogeneidad de agentes dentro del modelo de equilibrio general competitivo puede ayudar a recuperar

propiedades agregadas que pueden ser útiles para el análisis macroeconómico". Grandmont y Kirman (1996) exponen ejemplos ilustrativos y provocadores, en donde la heterogeneidad permite obtener, en el agregado, el axioma débil de las preferencias reveladas, el axioma de la sustitución gruesa, e incluso la unicidad y la estabilidad del equilibrio.

Pese a las críticas sobre el uso del agente representativo y de los resultados interesantes que ha generado (y de los que se especula que podría traer) la introducción de la heterogeneidad en los modelos macroeconómicos, este agente sigue constituyendo la piedra angular del análisis macroeconómico neoclásico. Como explica Drakopoulos (2022, 12), "en la mayoría de las formulaciones macroeconómicas convencionales actuales, la suposición del agente representativo es explícita y una característica común del marco teórico central". Es hora de responder al reclamo de Jean-Claude Trichet. En 2010, reflexionando sobre la crisis de 2008 que enfrentó como gobernador del Banco Central Europeo, Trichet (citado en Hommes 2021, 150) se quejaba sobre la poca utilidad de las herramientas analíticas a su disposición diciendo: "los agentes atomísticos y optimizadores que subyacen a los modelos existentes no capturan el comportamiento durante un periodo de crisis. Necesitamos lidiar mejor con la heterogeneidad entre los agentes y su interacción en periodo de crisis".

La función de producción agregada y la controversia de Cambridge

En cuanto a la función de producción agregada existen dos hitos importantes: la controversia de Cambridge en los años cincuenta y el trabajo de Baqaee y Farhi en el segundo y tercer decenios de este siglo. Analizamos ambos en esta sección.

Una función de producción agregada tiene como argumentos los factores de producción y la tecnología y da como resultado una cantidad de producto agregado. Por supuesto, en la realidad existen diferentes productores que utilizan factores heterogéneos. Por ejemplo, el capital puede ser distinto para cada tipo de empresa y el trabajo tiene diferentes calificaciones. El problema

clave reside en si se puede o no agregar diferentes factores en una sola variable, el capital de toda la economía o de un sector productivo, por ejemplo.

Este tema causó polémica en su momento, en especial en los años cincuenta y sesenta. A ese desacuerdo se lo conoce como la controversia de Cambridge y tuvo como contendientes principales, por un lado, a Joan Robinson y Nicholas Kaldor de la Universidad de Cambridge (Inglaterra) y, por otro, a Paul Samuelson y Robert Solow del Massachussets Institute of Technology (MIT), Cambridge (Estados Unidos) (Stiglitz 1974). A pesar de que ahora pocos recuerdan esa controversia, los temas abordados en ella fueron múltiples, interconectados y muy trascendentes para el desarrollo de la economía como disciplina, tanto para la corriente principal como para la heterodoxia. Aquí nos interesa la discusión en torno a la agregación de capital.

En los diferentes modelos macroeconómicos que hemos revisado se ha usado funciones de producción agregadas que incluyen el *stock* de capital de toda la economía como una sola variable K_t. Una pregunta fundamental, que con frecuencia no asalta a la mente de los estudiantes de economía como debería, es: ¿cómo agregar los heterogéneos tipos de capital que se encuentran en un sistema productivo? La respuesta suele ser la agregación financiera donde cada unidad o monto de capital físico se valora trayendo a valor presente los beneficios netos que ese capital puede originar a lo largo del tiempo, lo que se logra utilizando la tasa de interés como tasa de descuento. Notemos que en las funciones de producción agregada se asume que la producción y la productividad marginal del capital, $F(K_t)$ y $F'(K_t)$ respectivamente, son un producto físico que no depende de las diferentes valoraciones que pueda tener el capital. Por otro lado, la tasa de interés se define como igual a la productividad marginal del capital, $F'(K_t)$, puesto que, en el óptimo, el costo de añadir una unidad de capital a la función de producción debe ser igual al producto marginal del capital. El problema es que la valoración del capital depende también de la tasa de interés en un modo en que no se puede entender como una ecuación con una incógnita presente en ambos lados de la ecuación. Esto se debe a que la forma de la función debería cambiar con la tasa de interés para dar cuenta de que se trata de la imagen del capital físico agregado en el espacio del producto, también físico,

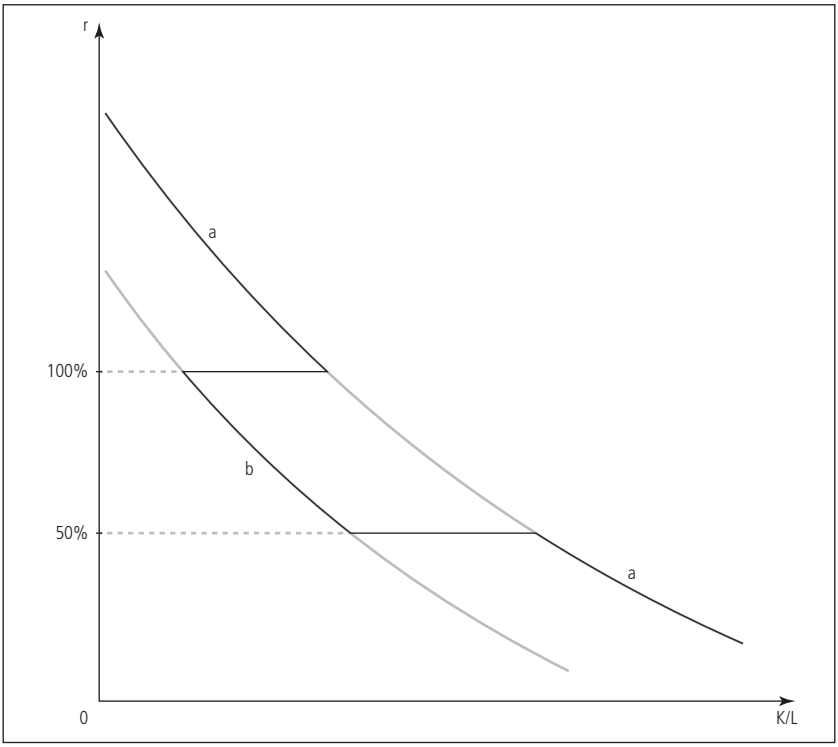
agregado. En palabras de Baqaee y Farhi (2019c, 26), "básicamente, la interpretación física del capital se pierde cuando se agrega de esta manera financiera, al igual que las propiedades técnicas básicas, como los rendimientos decrecientes".

En la teoría neoclásica no solo que la función de producción agregada es de uso ampliamente extendido, sino que se asumen algunas propiedades relevantes para esa función. Samuelson se refiere a ellas como las tres parábolas clave:

> (1) El rendimiento real del capital (la tasa de interés) está determinado por las propiedades técnicas de la productividad marginal decreciente del capital; (2) una mayor cantidad de capital conduce a un menor producto marginal de capital adicional y, por lo tanto, a una menor tasa de interés, y la misma relación inversa y monótona con la tasa de interés también se aplica a la relación capital/producción y niveles sostenibles de consumo por cabeza; (3) la distribución del ingreso entre trabajadores y capitalistas se explica por la escasez relativa de factores/suministros y productos marginales (citado en Cohen y Harcourt 2003, 201).

Es precisamente Samuelson (1966) quien, en un famoso artículo, propone el siguiente contraejemplo que no cumple con la segunda parábola: existen dos técnicas para producir un bien, ambas que requieren trabajo en tres periodos distintos, pero en diferentes cantidades por periodo según la técnica empleada. Puesto que la inversión del capitalista consiste en financiar el pago del flujo de trabajo, el valor del capital a tiempo presente sería $a_3L + a_2(1 + \mathrm{r})L + a_1(1 + \mathrm{r})^2L$ para la primera técnica y $b_3L + b_2(1 + \mathrm{r})L + b_1(1 + \mathrm{r})^2L$ para la segunda, donde a_3, a_2, a_1 nunca son negativos y equivalen a los requerimientos de trabajo en los periodos tres, dos y uno para la primera técnica (y, correspondientemente, en el caso de la segunda), y L es una unidad de trabajo. Qué técnica conviene depende del signo de $(b_3 - a_3) + (b_2 - a_2)(1 + r) + (b_1 - a_1)(1 + r)^2$ y es posible encontrar valores de los coeficientes de tal manera que existan tres intervalos de r tal que en el primero es más barato producir usando la primera tecnología, en el segundo es mejor recurrir a la segunda tecnología y, finalmente, en el tercer intervalo es mejor utilizar la primera región nuevamente. Este fenómeno se conoce como *reswitching* y significa que el capital por unidad de trabajo cambia de manera no monótona con los cambios en la tasa de

Figura 5.1 Decisiones en procesos binarios



Fuente: Samuelson (1966, 578).

interés. Siguiendo la figura 5.1, podemos ver que mientras la tasa de interés es superior al 100 %, es la tecnología *a* la mejor, mientras que entre 100 % y 50 %, es la tecnología *b*, para volver a ser *a* debajo de 50 %. De este modo, al bajar de una tasa apenas mayor a 100 % a una apenas menor de 100 %, la relación K/L se reduce en lugar de aumentar, como es el supuesto neoclásico.

Consciente de las dificultades que los problemas en la agregación del capital traen para la modelización neoclásica, Samuelson plantea la siguiente filosófica conclusión:

> Si todo esto causa dolores de cabeza a los nostálgicos de los viejos tiempos de las parábolas de la escritura neoclásica, debemos recordarnos que los

> eruditos no nacen para vivir una existencia fácil. Debemos respetar y valorar los hechos de la vida (Samuelson 1966, 583).

Pese a esta capitulación de uno de los miembros fundamentales de Cambridge (Estados Unidos), la controversia permanece ignorada en el quehacer de la corriente principal. Así, Stiglitz (1974) compara el fenómeno en mención con la existencia de los bienes Giffen. Al igual que esta, está probado en la teoría, pero carece de evidencia empírica contundente y, en todo caso, seguramente es de escasa relevancia práctica.

> Yo creo que, en la mayoría de las circunstancias y para la mayor parte de los problemas, los errores introducidos como consecuencia de la agregación del tipo que se hace en el análisis económico estándar no son muy importantes; sin embargo, uno debe estar siempre en guardia de las circunstancias en las que esto no es verdad (Stiglitz 1974, 899).

En definitiva, a su parecer, sería seguro continuar como si nada hubiese pasado. Las referencias que muchos autores neoclásicos hacen a la controversia ignoran el artículo de Samuelson y atribuyen al Cambridge inglés motivaciones ideológicas. Por ejemplo, en 2015, Paul M. Romer (2015, 89), Premio Nobel de Economía en 2018, escribió: "Joan Robinson (1956) estaba comprometida en hacer política desde la academia cuando emprendió su campaña contra el capital y la función de producción agregada".

Sin embargo, el escaso impacto que tuvo la controversia en la teoría económica, posterior a la década de los años cincuenta, y su absoluta irrelevancia en los desarrollos de los modelos de ciclos reales de negocios y en los modelos dinámicos estocásticos de equilibrio general serían resultados de responsabilidad compartida. Son varios los autores, incluyendo a Stiglitz (1974), quienes consideran que no se generó una propuesta alternativa que resuelva los problemas teóricos señalados y que tenga un adecuado sustento empírico: "Otra debilidad del lado 'inglés' fue que ni Robinson ni sus compañeros críticos de Cambridge desarrollaron un conjunto alternativo de herramientas teóricas (en contraposición a las descriptivas) que eviten sus preocupaciones sobre las limitaciones del análisis del equilibrio" (Cohen y Harcourt 2003, 200).

Así estaban las cosas hasta que David Baqaae y Emmanuel Farhi (2019c, 2019b y 2021) marcaron el segundo hito con publicaciones que datan de apenas los últimos seis años y contribuciones tan recientes como las que aparecieron en 2021.[4] Tales aportes apuntan a generar herramientas alternativas que no ignoren las conclusiones de la controversia de Cambridge. La siguiente reflexión ubica en el contexto histórico su análisis renovado de la función de producción agregada:

> Tras la revolución de las expectativas racionales y la crítica de Lucas, los economistas abandonaron las funciones de consumo agregado. […] Sin embargo, la función de producción agregada, que hace más o menos lo mismo en el lado de la producción de la economía, quedó en gran parte sin examinar (Baqaee y Farhi 2019c, 4).

Los autores incorporan en el análisis macroeconómico la estructura de la red productiva, tal como está representada en la matriz de insumo producto, que da cuenta del valor de los insumos que provienen de un sector para producir otro. Sobre esta base, representan funciones de producción de elasticidad de sustitución constante (CES, por sus siglas en inglés) anidadas que pueden reaccionar a los diferentes choques o cambios en la demanda según sus elasticidades de sustitución. Esto les permite incorporar la difusión de choques exógenos idiosincráticos a través de la red productiva, los efectos macroeconómicos de la sustitución de insumos en los procesos productivos y, en referencia al tema que nos ocupa, las condiciones necesarias para agregar factores de producción. La descripción detallada de estos desarrollos está fuera de nuestro alcance en este libro, por lo que referimos a usted, lector o lectora, a las obras citadas de estos autores. Aquí será suficiente hacer un sumario intuitivo de uno de sus aportes.

Baqaee y Farhi (2019b) abordan la función de producción agregada, sus críticas y dificultades. Demuestran que, en estricto rigor, para hablar de tal función, es necesario contar con un producto agregado, construido con base en un índice cuantitativo, lo que depende de la estructura de la

[4] Emmanuel Farhi murió trágicamente en 2020. Sin embargo, su coautor, David Baqaee, continuó publicando su trabajo conjunto hasta 2021.

demanda final. Este índice cuantitativo que corresponde al producto final no existirá cuando "la demanda final sea no homotética, ya sea porque el agente representativo tiene preferencias no homotéticas o hay agentes heterogéneos con diferentes preferencias" (Baqaee y Farhi 2019c, 5). Si se asume que tal producto agregado existe, será posible agregar un conjunto de factores –digamos, diferentes tipos de capital– si las elasticidades de sustitución de Morishima entre cada uno de los factores en el conjunto por agregar y cualquier factor fuera de ese conjunto son iguales (Baqaee y Farhi 2019c, proposición 11 del artículo citado). Al establecer la proposición, los autores son terminantes cuando advierten que "de manera general, estas condiciones no se cumplen" (2019c, 29).

Las rutas abiertas por estos autores son prometedoras porque se orientan a estudiar los cambios en el bienestar y la producción en modelos que incorporen heterogeneidad tanto en los consumidores como en los productores y los factores de producción. Las consecuencias de la heterogeneidad no son de segundo orden. Baqaee y Farhi (2021) demuestran que, por ejemplo, las ganancias del comercio para los Estados Unidos pasan del 4,5 % al 9 %, e incluso al 13 %, una vez que se toma en cuenta la heterogeneidad de la red productiva. Para las economías más abiertas, el impacto es aún mayor.

En definitiva, la disponibilidad de datos microeconómicos cada vez más detallados, de mayor frecuencia y más interconectados, junto con la capacidad creciente del procesamiento computacional y del desarrollo de modelos macroeconómicos (que dan cuenta de la heterogeneidad de los agentes y de la estructura de la red productiva), abren perspectivas de mejor comprensión de la relación entre lo micro y lo macro en la economía.

Aprendizaje y expectativas racionales

Es evidente que las expectativas de los agentes juegan un papel crucial en sus decisiones y, por tanto, en el devenir económico y político de una sociedad. En el modelo de Ramsey, el agente representativo necesita estimar el valor futuro de la tasa de interés, valor que toma como dado, para decidir

sobre su ahorro y consumo. La introducción del riesgo, e incluso la ampliación del mercado para incluir los bienes contingentes a la Arrow-Debreu, no evita la necesidad de definir expectativas sobre el futuro, tal como lo demuestra la equivalencia entre el enfoque de Arrow-Debreu y el equilibrio de Radner.

Encontramos ya el supuesto de previsión perfecta implícito en el modelo walrasiano, tal como sagazmente lo notó Henry Poincaré en una carta dirigida a León Walras, fechada el 1 de octubre de 1901, en la que dice: "Consideras a los hombres como infinitamente egoístas e infinitamente previsores. La primera hipótesis tal vez pueda ser admitida en una primera aproximación, la segunda puede requerir algunas reservas" (citado en Grandmont 1998, 748).

En línea con sus ancestros académicos, la corriente principal de la disciplina económica ha abordado este tema, fundamentalmente, desde la hipótesis de las expectativas racionales, que cobró gran importancia en la teoría macroeconómica desde los años setenta y dio origen a muchas teorías relevantes. Por ejemplo, a partir de este supuesto es imposible que la política monetaria sirva sistemáticamente para manejar los niveles de empleo (Sargent y Wallace 1975). Ello dio lugar a lo que se conoce como el principio de inefectividad de la política monetaria. La hipótesis de los mercados eficientes, muy influyente en finanzas y en el cálculo de valores de derivados financieros (Sondermann 2006), y la teoría del consumo permanente se encuentran también entre las ideas que descienden de esta hipótesis (Stigum 1990). En esta sección analizamos la hipótesis de las expectativas racionales, su contrastación empírica y nos preguntamos si las expectativas pueden ser el resultado de un proceso de aprendizaje convergente.

Imaginemos que los agentes forman sus expectativas, Y^e_{t+1}, sobre las variables de estado del sistema económico, Y_{t+1}, usando la información, Ω_t, disponible en ese momento, esto es, $Y^e_{t+1} = e(\Omega_t)$. Ahora bien, esas expectativas influyen en sus decisiones de consumo e inversión, por ejemplo, y, por tanto, en la dinámica de la economía, lo que puede expresarse de la siguiente manera:

$$Y_{t+1} = \Gamma(Y_t, X_{t+1}, Y^e_{t+1})$$

Donde X_{t+1} reúne las variables exógenas al sistema que tienen influencia sobre este. $\Gamma(.)$ es la función de la dinámica del sistema. Notemos que el conjunto de información Ω_t contiene lo que se sabe en ese momento sobre las variables exógenas X_{t+1}, incluyendo su distribución de probabilidad si algunas de ellas son variables aleatorias, lo que convertiría a Y_{t+1} y a Y^e_{t+1}, también, en variables aleatorias.

Adoptemos el rol de un economista que conoce las funciones de la dinámica del sistema y de la formación de expectativas y quiere hacer su propia predicción, $\hat{Y}^e_{t+1}$, de las variables de estado. La forma de hacerlo sería estimar $\hat{Y}^e_{t+1} = \Gamma(Y_t, X_{t+1}, Y^e_{t+1} = e(\Omega_t))$. Sin embargo, al modelarlo de esta manera, hay un detalle que está escapando de nuestra atención, tal como explica Shiller (2020, 8):

> a menos que uno adivine con suerte, uno encontraría, entonces, que el modelo que resultó de la suposición ($\hat{Y}^e_{t+1}$, n.d.a.) es inconsistente con la suposición ($e(\Omega_t)$, n.d.a.), en que el modelo implica que la forma óptima de hacer una previsión es diferente a la función de expectativas.

Ahora bien, la idea fundamental de las expectativas racionales es que el agente tiene el mismo punto de vista que el modelador, tal como lo afirma Sargent (2020, 1): "un modelo econométrico con expectativas racionales posee la propiedad definitoria de que los pronósticos realizados por los agentes dentro del modelo no son peores que los pronósticos que puede hacer el economista que hace el modelo". Dicho de otra forma, las predicciones de los agentes incluidos en el modelo deben ser consistentes con el modelo, por tanto, deberíamos poner $\hat{Y}^e_{t+1}$ en lugar de Y^e_{t+1} lo que trata a las expectativas de los agentes como si al hacer sus predicciones, ellos supieran tanto como el modelador e hicieran uso del mismo modelo, obteniendo como resultado otra iteración de las expectativas del modelador que es $\hat{Y}^{e(1)}_{t+1} = \Gamma(Y_t, X_{t+1}, \hat{Y}^{e(0)}_{t+1})$. Si continuamos con la iteración, tenemos que $\hat{Y}^{e(j+1)}_{t+1} = \Gamma(Y_t, X_{t+1}, \hat{Y}^{e(j)}_{t+1})$. Suponiendo que este mapa tiene un punto fijo, podríamos escribir $\hat{Y}^{e*}_{t+1} = \Gamma(Y_t, X_{t+1}, \hat{Y}^{e*}_{t+1})$, cumpliendo con los requisitos de las expectativas racionales, tal como lo expone Shiller (2020, 8): "lo que necesitamos es encontrar una ecuación que defina la expectativa de precio

que, al sustituir en el modelo, produce un modelo en el que esa ecuación da el pronóstico óptimo del precio".

En este punto surgen una serie de interrogantes sobre esta hipótesis. La primera es sobre su grado de realismo. Para tener expectativas racionales, los agentes deben conocer perfectamente, tan bien como un sofisticado modelador,[5] la dinámica del sistema económico, la distribución de las variables aleatorias exógenas relevantes y ser capaces de elaborar los complicados cálculos para hacer predicciones macroeconómicas. Al respecto, Shiller (2020, 9) plantea el siguiente cuestionamiento:

> Hoy en día es un lugar común en la literatura sobre expectativas racionales ver suposiciones extravagantes sobre los conjuntos de información de los individuos ordinarios. La crítica más básica de muchos modelos de expectativas racionales es que hacen afirmaciones inverosímiles sobre la capacidad y voluntad de cálculo de los agentes económicos individuales.

Cabe preguntarnos cómo los agentes hacen sus previsiones en la práctica. De igual forma, debemos reflexionar sobre las condiciones que tiene que cumplir la dinámica del sistema, la función de formación de expectativas y la información disponible sobre las variables exógenas, etc., para que el punto fijo exista y el mapa iterado converja. Finalmente, cabe cuestionarnos si es posible que mediante sencillas reglas de aprendizaje los agentes puedan converger hacia expectativas racionales.

La formación de expectativas en la realidad

Por lo general, la modelación matemática de un sistema económico y su prospectiva están a cargo de equipos universitarios, de empresas consultoras o, más frecuentemente, de instituciones gubernamentales; todas ellas utilizan herramientas matemáticas avanzadas y volúmenes considerables de información y capacidades de procesamiento computacional. No es poco el tiempo y esfuerzo que estos equipos dedican tanto a desarrollar la teoría de este tipo de modelos como a obtener y procesar la información

[5] Para saber qué tan sofisticado debería ser el agente económico, basta ver el tipo de matemáticas que se usan en *Econometrica*, *Journal of Economic Theory*, etc.

estadística necesaria para calibrar el modelo. A esa situación hay que añadir que la teoría económica no es única, por lo que es posible construir para una misma economía y partiendo de una misma base estadística diferentes modelos y previsiones económicas. De hecho, los bancos centrales serios del mundo incentivan el cultivo de varias cepas de modelos, escuchan a todos y contrastan sus resultados. ¿Qué sentido tiene suponer que todos los agentes se apegan a un solo modelo macroeconómico, lo calibran e implementan para poder estimar sus expectativas?

La economía no es estática, porque los llamados fundamentales experimentan variaciones al cambiar la tecnología y las preferencias de los individuos, de modo impredecible en el caso de la primera, puesto que predecir la invención de la rueda es inventar la rueda, y de forma muchas veces imperceptible en el caso de las segundas. Si ponemos sobre el tapete las contribuciones de Knight y Keynes acerca de la incertidumbre, podemos concluir que el exigente concepto de las expectativas racionales carece de sustento real.

Si la pregunta es cómo los agentes forman sus expectativas en la realidad, Shiller (2020) hace una síntesis de varios estudios empíricos y experimentales al respecto. El autor reporta que las personas pueden ser inducidas a predecir la dirección del cambio de alguna variable macroeconómica importante, pero se resisten a dar un estimado cuantitativo. La información de la que disponen para hacer este tipo de previsiones es muy fragmentada, pues aunque recuerdan si el empleo subió o bajó, olvidan lo que sucedió con los valores o las tasas de variación de las variables. En definitiva, coincide con

> los datos basados en encuestas a nivel micro sobre las expectativas subjetivas de las personas han revelado que las expectativas se desvían de las expectativas racionales de manera sistemática y cuantitativamente importante, incluida la previsibilidad del error de pronóstico y el sesgo (Coibion, Gorodnichenko y Kamdar 2018, 1447).

Las expectativas de los agentes son heterogéneas, incluso entre expertos, como explican Branch y McGough (2018, 4): "Existe una heterogeneidad sustancial entre los pronosticadores profesionales y, lo que es más importante, el grado de heterogeneidad evoluciona con el tiempo".

Shiller (2020) hace referencia al estudio estadístico de Francis Galton. En 1907, él encontró que el promedio de las estimaciones del peso de un búfalo hechas por los participantes de un juego popular, que ofrecía un premio a la estimación más certera, eran muy próximas al peso real del animal. Este tipo de fenómenos se conocen como *sabiduría de los grupos o de las masas* y se basan en el supuesto de que cada individuo recibe una señal que contiene el verdadero valor de la variable por estimar y un ruido blanco, es decir, de media cero y distribuido independiente e idénticamente para cada individuo. En estas circunstancias, sacar el promedio de las señales individuales es la mejor estimación posible del verdadero valor de la variable. Para aprovechar la sabiduría de las masas se han creado mecanismos de apuestas en donde se premia a los participantes que acierten en el valor futuro de una variable macroeconómica o en la ocurrencia o no de un evento. Por ejemplo, un grupo de profesores de la Universidad de Iowa crearon el Iowa Political Stock Market, para apostar sobre resultados electorales. Un sistema similar se puso en marcha luego de los atentados del 11 de septiembre del 2001, con el fin de predecir la ocurrencia de un atentado terrorista en los Estados Unidos. Este causó mucha controversia, lo que ocasionó su temprana desaparición.

No todas las variables macroeconómicas pueden ser tratadas de esta forma. En primer lugar, el ruido o sesgo que contenga la información individual puede estar altamente correlacionado entre los individuos, por efectos de contagio de opiniones o por efectos de manada, en donde los agentes tratan de adaptarse a la opinión de la mayoría o de los grupos sociales a los que pertenecen.[6] Ya lo advierte el creador de la hipótesis, John Muth, cuando, después de reflexionar sobre la posible heterogeneidad de las expectativas entre los agentes, dice:

> Permitir diferencias transversales en las expectativas es una cuestión simple, porque su efecto agregado es insignificante siempre que la desviación del pronóstico racional para una empresa individual no esté fuertemente correlacionada con las de los demás. Las modificaciones son necesarias solo si la correlación de los errores es grande y depende sistemáticamente de otras variables explicativas (Muth 1961, 321).

[6] Sapolsky (2017, cap. 2) aborda con más detalle los experimentos interesantes sobre el conformismo social.

Más importante aún, si los modelos macroeconómicos presentan múltiples equilibrios, surge la pregunta de por qué las previsiones de todos los agentes se referirán a uno solo de esos posibles equilibrios. Anteriormente argumentamos que sí es posible este tipo de coordinación de expectativas, pero que harán falta señales externas que introducen otro tipo adicional de volatilidad al sistema, lo cual aleja aún más las expectativas en la realidad de las expectativas racionales.

Aprendizaje

Siguiendo a Hommes (2021), recurrimos a un modelo keynesiano de la economía en donde la inflación π_t varía alrededor de un valor central z y también depende de la inflación esperada en el próximo periodo, π^e_{t+1}, y del producto y_t que, a su vez, es un proceso autoregresivo de orden uno, AR(1). Además, μ_t y ε_t son ruidos blancos:

$$\begin{cases} \pi_t = z + \delta\pi^e_{t+1} + \gamma y_t + \mu_t \\ y_t = a + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases}$$

En lugar de que los agentes conozcan perfectamente la estructura de la economía y, con base en ese conocimiento, sean capaces de deducir su dinámica y generar sus expectativas, se asume que usan un modelo estimado econométricamente para hacer sus predicciones.[7] En este contexto, los agentes forman sus expectativas con respecto a la inflación siguiendo un modelo básico, $\pi^e_{t+1} = b + cy_t$, cuyos parámetros son estimados econométricamente. Sean $\hat{b}_t$ y $\hat{c}_t$ las estimaciones de b y c que los agentes hacen, en el tiempo t, y puesto que las expectativas de los agentes influyen en la dinámica de la economía, esta dinámica se puede representar de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \pi_t = z + \delta\hat{b}_t + (\delta\hat{c}_t + \gamma)y_t + \mu_t \\ y_t = a + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases}$$

[7] No está claro qué tanto este último supuesto es una reducción significativa de las exigencias de racionalidad que imponemos al agente.

Entonces, hay una secuencia que va desde los estimadores $(\hat{b}_t, \hat{c}_t)$hacia el valor observado de la inflación y del producto (π_t, y_t). Esta nueva observación servirá para que los agentes formen su nueva estimación $(\hat{b}_{t+1}, \hat{c}_{t+1})$. Se trata de una aplicación

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_{t+1} \\ \hat{c}_{t+1} \end{pmatrix} = T\begin{pmatrix} \hat{b}_t \\ \hat{c}_t \end{pmatrix}$$

Notemos que $T(\cdot)$ depende de la dinámica de la economía y de la forma en que los agentes actualizan sus estimaciones, es decir, de cómo incorporan en tiempo real la nueva información que el sistema económico produce. Existen múltiples formas de hacer esto último. Por ejemplo, se puede dar el mismo peso a cada observación, sin importar su temporalidad; o, conceder más peso a las observaciones más recientes. En todo caso, notemos que la inflación realizada sería exactamente igual a la predicha si en algún momento

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_t \\ \hat{c}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{z}{1-\delta} \\ \frac{c}{1-\delta} \end{pmatrix}$$

Es decir, si $T(\cdot)$ es una aplicación que converge al único punto fijo de este sistema. Este es un ejemplo donde una estrategia econométrica de aprendizaje de los agentes converge hacia las expectativas racionales.

Ahora bien, varios problemas pueden descarrilar esta conclusión. En primer lugar, vemos que la convergencia al punto fijo de este modelo tiene un sustento asintótico, es decir, nos asegura que el límite del proceso de aprendizaje, cuando el tiempo tienda al infinito, es el punto fijo. Esto no necesariamente provee una base segura para una economía de horizontes humanos, esto es, finitos. Anteriormente ya citamos la evidencia basada en simulaciones de que el tiempo necesario para observar aproximaciones razonables puede ser muy largo en términos humanos.

Luego están las condiciones de existencia y convergencia (estabilidad local) de los puntos fijos de la aplicación $T(\cdot)$ sobre las cuales no se puede asegurar nada general y, como es lógico, se vuelven cada vez más complicadas a medida que se incluyen más variables o agentes en el modelo macroeconómico. Por ejemplo, si hay choques aleatorios exógenos que

hacen que el equilibrio no sea determinístico, se tendrá que "en general […] la estabilidad local del aprendizaje adaptativo de un estado estacionario ruidoso depende de la distribución del choque estocástico" (Evans y Honkapohja 2001, 268). En términos más generales, Hommes (2021, 156) dice que los "trabajos posteriores han demostrado que el aprendizaje adaptativo no necesita converger a un equilibrio de expectativas racionales, más bien el aprendizaje puede inducir endógenamente a ciclos (periódicos e incluso caóticos)". Más aún, puede haber alta sensibilidad de la dinámica del sistema a los supuestos sobre la estrategia de aprendizaje de los agentes, como explicamos más adelante.

Otro problema es la posibilidad de que existan múltiples equilibrios en $T(\cdot)$, lo que a su vez podría originarse en la existencia de múltiples equilibrios en el sistema económico. Como ya hemos visto, esta es una característica más bien común de los modelos económicos.

Así como en otras áreas de la macroeconomía, en los modelos de aprendizaje también se partió inicialmente de la utilización de agentes representativos y se camina hacia la introducción de la heterogeneidad. Esta puede tener, al menos, dos componentes no necesariamente excluyentes: 1) los agentes tienen información idiosincrática (información privada sobre su propia productividad, por ejemplo), y 2) los agentes tienen formas heterogéneas de modelar la economía y de estimar sus proyecciones. Para analizar el primer caso, Nakagawa (2015) propone un modelo con un vector de variables exógenas cuyos componentes son particionados, al igual que la población, de tal manera que cada parte de la población conoce la evolución tan solo de una parte de las variables exógenas; se asume correlación entre los componentes de las variables exógenas. La conclusión de este autor es que la existencia de este estilo de información privada no impone requerimientos adicionales para que se dé el aprendizaje convergente a las expectativas racionales. Respecto al mismo modelo sin información privada, Nakagawa (2015, 69) dice: "el artículo encuentra que la existencia de información privada sobre variables exógenas tiene un impacto no negativo en la capacidad de aprendizaje de un equilibrio". Esto quiere decir que la correlación entre la información pública y la privada posibilita el aprendizaje, en forma similar a cuando no hay información privada. No

hay una reflexión sobre el tiempo de convergencia que, en términos humanos, es relevante.

Los resultados no son tan optimistas para la heterogeneidad en las metodologías de previsión de los agentes, porque su introducción influye drásticamente en la dinámica del sistema. Por ejemplo, una economía estable poblada de agentes con expectativas racionales se puede desestabilizar, o entrar en ciclos complejos e incluso caóticos, si se introduce el monto adecuado de heterogeneidad en las estrategias de aprendizaje (Branch y McGough 2018). Las distintas formas en que los agentes diferencian entre la información reciente y la más antigua (probablemente dando más peso a la información más nueva, o variando el número de observaciones pasadas que toman en cuenta en las actualizaciones de las estimaciones de su modelo) marcan una gran diferencia en cuanto al comportamiento estable, cíclico o incluso caótico del sistema (Hommes 2021).

Las consecuencias de introducir la heterogeneidad en las expectativas dentro de los modelos de equilibrio general dinámicos estocásticos (de aplicación generalizada entre los hacedores de política económica en todo el mundo) están aún por explorarse, pero hay indicios de que pueden ser fundamentales para diseñar la política monetaria. Como dicen Branch y McGough (2018, 58), "la heterogeneidad de creencias también tiene implicaciones para el conjunto de equilibrios y para el diseño de reglas de política monetaria que estabilizan la economía cerca de los objetivos de un banco central".

Hemos destacado la presencia de múltiples equilibrios en los modelos macroeconómicos de mínima complejidad. Una de las esperanzas para reducir esta multiplicidad era que el proceso de aprendizaje sirva como un mecanismo de selección de equilibrios, pues "las teorías de estabilidad basadas en el comportamiento adaptativo pueden ayudar a reducir la clase de equilibrios empíricamente interesantes en ciertos modelos económicos" (Lucas 1986, S401). Sin embargo, los desarrollos teóricos posteriores han demostrado que ese no es el caso.

> Lucas (1986) propone que el análisis de los procesos de aprendizaje puede permitir resolver el desafío planteado a las pretensiones predictivas de la

> teoría económica por grandes multiplicidades de equilibrios de expectativas racionales en modelos como el modelo de generaciones superpuestas, al permitir elegir un solo equilibrio como el único al que debe converger un proceso de aprendizaje razonable. Nuestros resultados, sin embargo, no sugieren que siempre será fácil destacar un solo equilibrio en tales motivos (Woodford 1990, 278).

No solo que el aprendizaje no ayuda a reducir el conjunto de equilibrios, sino que el proceso mismo puede introducir mayor inestabilidad en el modelo. Grandmont (1998, 742) advierte que "el aprendizaje, cuando los agentes están algo inseguros acerca de la dinámica del sistema social, está destinado a generar inestabilidad local de expectativas autocumplidas si la influencia de las expectativas en la dinámica es significativa".

En suma, la multiplicidad de los equilibrios, la heterogeneidad en la formación de expectativas entre agentes y el carácter idiosincrático de la información de los agentes son características de un sistema económico dinámico que nos conducen a las siguientes preguntas: ¿cómo se origina la coordinación entre los agentes? ¿es necesario que exista algún tipo de coherencia entre las expectativas de los agentes para que esta coordinación se dé? En la siguiente sección analizamos este tema a partir de la teoría de juegos no cooperativos y la teoría de los *sunspots* o manchas solares.

Capítulo 6
Indeterminación de los modelos neoclásicos

No solamente los modelos de equilibrio general walrasianos y los modelos de generación traslapada exhiben equilibrios múltiples. Es una característica bastante común de los modelos neoclásicos, lo que podemos interpretar como una indeterminación de estos esquemas teóricos, en el sentido que los fundamentales tradicionales (dotaciones iniciales, preferencias y tecnología) son insuficientes para definir cuál será el equilibrio específico en el que estará una economía determinada. Más bien, como argumentamos en este capítulo, se requieren otros elementos considerados en algunas teorías como emisores de señales –las variables de manchas solares, o la información asimétrica en los equilibrios correlacionados–, los cuales no podrán ser entendidos como aparatos automáticos de emisión de señales, sino que deberían ser incluidos como jugadores en un juego social más amplio.

Múltiples equilibrios en la teoría de juegos

La teoría de juegos parte de un enfoque completamente diferente al de los modelos walrasianos competitivos. En el walrasiano competitivo cada agente toma como dados los valores de las variables macroeconómicas, esencialmente los precios, y decide sin contabilizar las consecuencias de sus acciones sobre los demás. Tal hecho tiene sentido pues ningún agente pesa

lo suficiente como para tener algún efecto significativo en el agregado de la economía. En cambio,

> la teoría de juegos estratégicos trata precisamente con las acciones de muchos agentes, en una situación en la que todas las acciones son interdependientes, y donde, en general, no es posible […] que cada agente se comporte como si las acciones de los otros estuviesen dadas (Karl Kysen citado en Schelling 1960, 86).

En esta sección revisamos los juegos no cooperativos y tres conceptos de equilibrio: las estrategias racionalizables, el equilibrio de Nash y los equilibrios correlacionados.

Un juego no cooperativo Γ está definido por un conjunto de jugadores I, un conjunto de estrategias aleatorizadas $\Delta(S_i)$ para cada jugador y la utilidad de cada individuo $\mu_i(\sigma)$ en cada uno de los posibles perfiles de estrategias $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_I)$, de esta forma:

$$\Gamma = \{I, \{\Delta(S_i)\}_{i=1}^{I}, \{\mu_i(\sigma)\}_{i=1}^{I}\}$$

Una estrategia $\hat{\sigma}_i$ es la mejor respuesta al perfil de estrategias de los demás jugadores $\hat{\sigma}_{-i}$ si esta asegura al jugador i una utilidad al menos tan alta como cualquier otra estrategia que este pudiese elegir, $\sigma_i \in \Delta(S_i)$, cumpliéndose que

$$\mu_i(\hat{\sigma}_i, \hat{\sigma}_{-i}) \geq \mu_i(\sigma_i, \hat{\sigma}_{-i}) \; \forall, \; \sigma_i \in \Delta(S_i)$$

Una estrategia $\tilde{\sigma}_i$ es una mejor respuesta si existe alguna estrategia $\tilde{\sigma}_{-i}$ para la cual $\tilde{\sigma}_i$ es una mejor respuesta. Ahora bien, si los agentes son racionales, jamás jugarían una estrategia que no es una mejor respuesta. Y si la racionalidad es conocimiento común[1] –es decir, todos los otros jugadores saben

[1] El conocimiento común de *algo* es un supuesto que se dice muy fácil, pero que puede ser difícil de conseguir socialmente. Por ejemplo, Heifetz (2004) se refiere a los diversos rituales que muchas culturas han desarrollado para crear conocimiento común. Asimismo, Osborne y Rubinstein (1994, cap. 5) profundizan en la importancia del supuesto de conocimiento común en la teoría de juegos.

que cada jugador es racional, y cada uno de ellos sabe que los otros jugadores saben que el jugador sabe que son racionales, etc., hasta el infinito–, entonces los jugadores eliminarían de su análisis las estrategias que no son mejores respuestas, y las estrategias de los otros jugadores que nunca son mejores respuestas. Además, cada jugador esperaría a que los otros lleven a cabo el mismo análisis.

Por supuesto, una vez que todos los jugadores eliminan las estrategias que nunca son una mejor respuesta, otras estrategias que antes eran una mejor respuesta a una estrategia ahora eliminada deben salir del conjunto de mejores respuestas. Si se repite este proceso hasta el infinito, las estrategias que sobreviven se conocen como estrategias racionalizables. Para decirlo en negativo, una estrategia no es racionalizable si es una mejor respuesta a partir del supuesto de que algún otro jugador está jugando una estrategia que nunca es una mejor respuesta. El conjunto de estrategias racionalizables son aquellas que el jugador podría jugar conjeturando que los otros jugadores podrían jugar un determinado perfil de estrategias, cada una de ellas también racionalizables. Notemos que las conjeturas no tienen que ser consistentes entre sí, ni, por tanto, acertadas sobre el comportamiento real de los otros.

Un concepto más operativo y restringido es el de equilibrio de Nash (EN) (Nash 1950). John F. Nash (1928-2015), Premio Nobel en Economía en 1994 junto a Reinhard Selten y John Harsanyi, propuso este concepto fundamental para la teoría de juegos. El EN es un perfil de estrategias $\bar{\sigma} = (\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, ..., \bar{\sigma}_I)$ para el cual se cumple para cada individuo $i \in I$ y para cada estrategia $\sigma_i \in \Delta(S_i)$: $\mu_i(\bar{\sigma}_i, \bar{\sigma}_{-i}) \geq \mu_i(\sigma_i, \bar{\sigma}_{-i})$. Esto quiere decir que cada jugador encuentra que la mejor respuesta a las estrategias de los otros jugadores $\bar{\sigma}_{-i}$ es lo prescrito para él en el perfil $\bar{\sigma}$, es decir, $\bar{\sigma}_i$. En otras palabras, cada jugador hace lo mejor posible, dentro de sus estrategias disponibles, dado lo que los otros están haciendo. Podemos expresar el mismo concepto diciendo que un EN es aquel perfil de estrategias en donde cada jugador juega una mejor respuesta a su conjetura sobre lo que jugarán los otros jugadores, tal como en las estrategias racionalizables, pero añadimos el requerimiento de que su conjetura tiene que ser correcta; en efecto, ese perfil de estrategias $\bar{\sigma}_{-i}$ es lo que juegan los otros jugadores. Que la conjetura sea acertada es un requerimiento bastante fuerte y es el objeto central del análisis que sigue.

Si bien el EN puede tener un sentido intuitivo y de coherencia matemática, no es claro por qué y cómo los agentes elegirían o convergerían en tal perfil de estrategias. La racionalidad de los agentes y el conocimiento común de esta racionalidad es insuficiente porque "la implicación del conocimiento común de la racionalidad de los jugadores (y de la estructura del juego) es precisamente que cada jugador debe jugar estrategias racionalizables. La racionalidad no lleva a que las predicciones de los agentes sean correctas" (Mas-Colell, Whinston y Green 1995, 248).

Si el EN fuera único, cabría que pensáramos que los jugadores racionales de nuestros modelos entenderían que hay un solo perfil de estrategias en donde nadie tiene incentivos para desviarse, lo cual lo convierte en una situación obvia, puesto que "si los jugadores piensan y comparten que hay una manera obvia (y en particular única) de jugar un juego, entonces deberá ser un EN" (Mas-Colell, Whinston y Green 1995, 248). Sin embargo, estos juegos usualmente no exhiben unicidad en el EN. Como explican Selten, Rubinstein y Van Damme (1999, 1076), "el análisis de juegos en forma normal usando el equilibrio de Nash a veces puede generar muchos equilibrios".

Muchos investigadores han orientado su trabajo a la búsqueda de razones suficientes para asegurar que los jugadores racionales elegirán específicamente uno de los EN, lo que se conoce como refinamientos de los EN.[2] Los científicos buscaban imponer requisitos adicionales que justifiquen la elección de un subconjunto (ojalá unitario) de equilibrios. Por esta razón, aparecieron conceptos como el de la *mano temblorosa*, propuesto por Selten (Mas-Colell, Whinston y Green 1995), donde se considera la posibilidad de que un jugador, una vez que ha decidido aplicar una estrategia prescrita en un EN, cometa un error (le tiemble la mano y aplaste la tecla equivocada). No todos los EN son robustos a estos posibles errores, aunque estos tiendan a cero.

Otro refinamiento importante es el de la perfección en los subjuegos, propuesta por Harsanyi (Mas-Colell, Whinston y Green 1995). Este autor utiliza el concepto de juego secuencial, una forma de definir un juego que

[2] Mas-Colell, Whinston y Green (1995), Osborne y Rubinstein (1994) y Van Damme (1983) ofrecen exposiciones detalladas de los refinamientos de los EN.

generalmente contiene más información que la forma normal que hemos expuesto, porque incluye el orden en que cada jugador es llamado a jugar, las opciones que tiene y la información con la que cuenta cuando le toca jugar. El requisito esencial que se exige en el refinamiento llamado EN perfecto en los subjuegos es que cada jugador debe encontrar óptimo jugar la parte correspondiente a la estrategia contenida en el EN, en cualquier situación en la que sea llamado a jugar. Una vez más, no todos los EN cumplen con este requisito. Por ejemplo, como parte de su estrategia, un jugador puede hacer una amenaza que se cumplirá si el juego se desenvuelve hacia una determinada situación, lo cual podría inducir a los otros a evitar que tal hecho se concrete. Sin embargo, de producirse tal situación, el jugador podría encontrar que no conviene a sus intereses cumplir la amenaza, se trata de una amenaza no creíble; este tipo de amenazas incumplen con el requisito de perfección en los subjuegos.

La existencia de más refinamientos, muchos con un sentido formal e intuitivo, no conduce necesariamente a un solo EN. La pregunta persiste y es muy similar a aquella planteada con respecto a los equilibrios walrasianos. En palabras de Van Damme (1983, iii), "en general, sin embargo, un juego puede poseer muchos equilibrios, por lo que surge el problema de cuál de ellos debe elegirse como solución".

Una respuesta podría ser la dinámica del aprendizaje. Los jugadores siguen reglas sencillas de aprendizaje o adaptación que podrían conducirlos hacia un único EN. Sin embargo, se sabe que los comportamientos adaptativos de ellos no conducen precisamente hacia un EN, sino hacia una clase más amplia (y conceptualmente más rica) de equilibrios, se trata de los equilibrios correlacionados.

> Por otro lado, el conjunto de equilibrios de Nash es un conjunto matemáticamente complejo, un conjunto de puntos fijos; en comparación, el conjunto de equilibrios correlacionados es un politopo [la generalización del concepto de polígono o poliedro a más de tres dimensiones, n. d. a.] convexo y no se puede esperar que los procedimientos adaptativos simples garanticen la convergencia global a aquel conjunto (Hart y Mas-Colell 2000, 1129).

Dada su relevancia para analizar la relación entre el comportamiento estratégico y el aprendizaje, a continuación introducimos el concepto de equilibrios correlacionados, para lo que usamos uno de los ejemplos propuestos.

En la tabla 6.1, el juego tiene dos EN en estrategias puras, esto es (U,L) y (D,R), y una estrategia mixta con probabilidad igual a cada estrategia pura, lo que genera un vector de pagos (2,5; 2,5). Se podría alcanzar un vector de pagos de (3,3) si los jugadores notan una señal pública (por ejemplo, el resultado del lanzamiento de una moneda, observable para ambos jugadores) habiendo acordado previamente seguir las siguientes estrategias: si sale cara, el jugador 1 juega U, y D si sale cruz; y el jugador 2 juega L y R, respectivamente.[3] Aumann (1973) demuestra que utilizando una señal pública se puede alcanzar cualquier combinación convexa de los EN y, más aún, usando una señal pública no se puede alcanzar ningún resultado por fuera del conjunto de combinaciones convexas de los EN. Sin embargo, si los jugadores reciben señales distintas pero correlacionadas, es posible que alcancen situaciones Pareto mejores que aquellas combinaciones. Por ejemplo, si la señal puede ser A, B o C con igual probabilidad. El jugador conocerá con certeza si A ocurrió, pero no podrá distinguir entre B o C; si una de estas dos ocurre, el jugador 2, en cambio, observará C, pero no podrá distinguir entre A y B. Si el jugador 1 juega U si A, y D en otro caso, mientras el jugador 2 aplica R si C y L en otro caso, esta combinación de estrategias es un EN en el juego modificado con las señales. El vector de pagos resultantes es (31/3, 31/3).

Tabla 6.1. Ejemplo de equilibrios correlacionados

J1\J2	L	R
U	5,1	0,0
D	4,4	1,5

Fuente: Aumann (1973).

[3] Tal acuerdo no es más que *habladuría* (*cheap talk*, en inglés), es decir no es un acuerdo exigible, y solo puede cumplirse porque es del interés de cada jugador aplicar la estrategia acordada, y no desviarse de ella; es decir, es un EN.

Para una definición formal, consideremos el espacio probabilístico $\{\Omega, \{\Psi_i\}_{i\in I}, p\}$, donde Ω es un conjunto de eventos, p es una medida de probabilidad sobre Ω y Ψ_i es una partición de Ω, que puede ser específica para cada jugador y significa que si ocurren dos eventos, ω_1 y ω_2, que son elementos del mismo conjunto de la partición (es decir, $\omega_1, \omega_2 \in \psi \in \Psi_i$), el jugador no podrá distinguir cuál de los dos eventos ocurrió, $\psi(\omega_1) = \psi(\omega_2)$. Las estrategias $\xi_i \in \Xi_i$ de un jugador dependerán de la información que tenga, por lo que las estrategias puras se redefinen como una función desde la partición Ψ_i hasta el antiguo conjunto de estrategias puras S_i, esto es, $\xi_i(\psi) \in S_i$. El juego modificado es

$$\widetilde{\Gamma} = \left\{I, \{\Xi_i\}_{i\in I}, \{\mu_i(\xi)\}_{i\in I}, \{\Omega, \{\Psi_i\}_{i\in I}, p\}\right\}$$

y un EN es un perfil de estrategias que dependen del evento ω,

$$\xi(\psi(\omega)) = (\xi_1(\psi_1(\omega)), \xi_2(\psi_2(\omega)), \ldots \xi_I(\psi_I(\omega)))$$

que cumple para cada $\omega \in \Omega$ tal que $p(\psi_i(\omega)) > 0$, para cada jugador $i \in I$ y para cada estrategia $\bar{\xi}_i \in \Xi_i$ se cumple que

$$\sum_{\hat{\omega}\in\psi_i(\omega)} p(\hat{\omega}|\psi_i(\omega))\mu_i\left(\xi_i(\psi_i(\omega), \xi_{-i}(\psi_{-i}(\hat{\omega}))\right.$$
$$\geq \sum_{\hat{\omega}\in\psi_i(\omega)} p(\hat{\omega}|\psi_i(\omega))\mu_i\left(\bar{\xi}_i(\psi_i(\omega)), (\xi_{-i}(\psi_{-i}(\hat{\omega}))\right)$$

La descripción de Hart y Mas-Colell sobre este tipo de juegos nos permite obtener un entendimiento más intuitivo de los juegos correlacionados.

> Un equilibrio correlacionado es una distribución de probabilidad de I-tuplas de acciones, que puede interpretarse como la distribución de las instrucciones de juego dadas a los jugadores por algún "dispositivo" o "árbitro". A cada jugador se le dan instrucciones privadas para su propio juego solamente; todos conocen la distribución conjunta. Además, para cada posible instrucción que recibe un jugador, el jugador se da cuenta de que la instrucción proporciona la mejor respuesta al juego aleatorio estimado de los otros jugadores, suponiendo que todos sigan sus instrucciones (Hart y Mas-Colell 2000, 1127).

El potencial teórico del concepto de equilibrio correlacionado no ha sido completamente aprovechado. Una de sus principales aplicaciones debería ser el estudio de las instituciones, debido a que estas pueden representarse como la generación de señales; su distribución entre los jugadores (no necesariamente simétrica), y la coordinación de acciones que de allí nace. De esta forma, la autoridad tributaria, por ejemplo, utiliza la posibilidad de una auditoría individualizada como un incentivo para que los contribuyentes paguen los impuestos que deben. El número exacto de contribuyentes por inspeccionar, así como su identidad, solo lo conoce la autoridad tributaria, pero no los contribuyentes al momento de hacer sus declaraciones impositivas.

Otro ejemplo es la entidad de supervisión bancaria que revisa la hoja de balance de los bancos y emite una señal pública sobre la solvencia y liquidez de estos; la asimetría de la información (diferentes particiones del universo de eventos) entre banqueros, supervisores, de un lado, y depositantes, de otro, genera un espacio para que el supervisor sea considerado un jugador más con sus propios intereses. En este contexto se podría analizar la economía política de las corridas bancarias. Retomando la cita de Hart y Mas-Colell, la pregunta es ¿qué es el *dispositivo* o *árbitro* que genera las señales? Una respuesta fácil sería asumir que se trata de una institución exógena al juego, con deberes explícitos que se cumplen automáticamente. Una visión más realista es convertir a esta institución de generación de señales en un jugador más con sus intereses y estrategias.

Estos son solo ejemplos sencillos del potencial analítico de los equilibrios correlacionados, pero tienen otra ventaja adicional. Tal como lo demuestran Hart y Mas-Colell (2000), que los jugadores sigan reglas sencillas de aprendizaje puede converger hacia un equilibrio correlacionado.

> El procedimiento adaptativo genera trayectorias de juego que casi seguramente convergen al conjunto de equilibrios correlacionados. El procedimiento es como sigue: en cada periodo, un jugador puede continuar jugando la misma estrategia que en el periodo anterior o cambiar a otras estrategias, con probabilidades que son proporcionales a cuánto más alto hubiera sido su pago acumulado si siempre hubiera hecho ese cambio en el pasado (Hart y Mas-Colell 2000, 1128).

Regresemos al concepto de EN. Analizando la multiplicidad de EN, Schelling (1921-2016), Premio Nobel de Economía en 2005, plantea una serie de ejemplos sencillos de coordinación entre dos jugadores con equilibrios múltiples. Por ejemplo, dos jugadores tienen que marcar independientemente un casillero de una matriz de 3x3 casilleros; si los dos marcan el mismo casillero, ganan dinero, de lo contrario no. El resultado experimental es que los jugadores marcan el casillero central. Schelling (1960, 57) dice: "frecuentemente la gente puede concertar sus intenciones o expectativas con otros si cada uno sabe que el otro está tratando de hacer lo mismo". Este es el origen del concepto de puntos focales, propuesto por este autor. Basu (2018, 43). lo describe así:

> El punto focal es un concepto que surge de una capacidad psicológica, prevaleciente entre los seres humanos, especialmente aquellos que comparten un trasfondo cultural común, que les permite a cada uno adivinar qué es probable que hagan los demás cuando se enfrentan al problema de elegir uno de entre muchos equilibrios.

Cabe que destaquemos que el punto focal depende, de forma crucial, de la información compartida por los jugadores, de la experiencia cultural común que les permita, por un lado, intuir la forma en la que otros procesan la información y, por otro, predecir correctamente que los otros jugadores la procesarán en forma similar a la propia, pese a que esta información no tiene efecto sobre las preferencias. A partir de este concepto, Basu (2018) propone la idea del jugador focal, aquel que por algún motivo se convierte en punto de referencia y puede señalar cuál de los equilibrios se jugará. Si bien Basu identifica esta característica con el liderazgo, no desarrolla el tema hasta incluir lo político, el cual nos proponemos a abordar en la siguiente sección.

Para terminar, citamos este análisis sobre la propuesta de los puntos focales de Schelling:

> Estamos aprendiendo algo sobre los límites predictivos del análisis económico, porque los resultados sociales no pueden predecirse por completo

> simplemente conociendo las estrategias y preferencias factibles de todos los individuos. Comprender estos límites no devalúa la economía, pero ayuda a redefinir su relación con las demás ciencias sociales. En particular, el efecto del punto focal de Schelling nos ayuda a apreciar la importancia de las tradiciones culturales y los sistemas de autoridad social en los asuntos económicos, incluso cuando los individuos son perfectamente racionales (Selten, Rubinstein y Van Damme 1999, 1078).

En efecto, la indeterminación en los juegos estratégicos y secuenciales, en los modelos macroeconómicos, llama a incorporar en el análisis los temas políticos, culturales e institucionales. Es una consecuencia lógica de la misma teoría.

Las manchas solares

En esta sección analizamos los equilibrios en manchas solares o *sunspots*. Los autores que los han desarrollado son David Cass y Karl Shell (1983), quienes los propusieron inicialmente; después, Costas Azariadis (1981), que lo hizo con el nombre de profecías autocumplidas, y, más recientemente, Roger Farmer (2020) y Michael Woodford (1990, 2009). Como veremos, lamentablemente, estas propuestas no han logrado concretarse en una agenda, peor aún en una escuela coherente. Sin embargo, el potencial de estas vías de investigación es enorme.

Para concretar las ideas, exponemos un modelo con equilibrios en manchas solares desarrollado por Azariadis (1981) según la presentación que hace Woodford (1990). El instrumento de base es un modelo de generaciones traslapadas, donde el tiempo es discreto y los agentes, a diferencia de los modelos que descienden de Ramsey, viven un número finito de periodos, lo cual hace que en un momento determinado conviva más de una generación en diferentes etapas de su vida. Este modelo, desarrollado originalmente por Irving Fisher, Maurice Allais, Paul Samuelson (1958) y Peter Diamond (1965), es utilizado en especial para analizar las decisiones de ahorro de los agentes en sus diferentes edades y las consecuencias macroeconómicas que esto tiene, así como el papel del dinero como medio de preservación del

valor. Una característica interesante de estos modelos es que no se cumple el primer teorema del bienestar, aún en el caso de libre competencia en los mercados laboral y de bienes, y sin externalidades o bienes públicos, ni asimetría de la información.

Para entender el motivo, recordemos la demostración que hicimos del primer teorema del bienestar en el contexto de los modelos walrasianos, en donde cualquier mejoramiento de Pareto, desde el equilibrio walrasiano, significaba incrementar el consumo de al menos uno de los agentes, lo cual ya no era factible, en el sentido de que superaba la disponibilidad de bienes. Este tipo de comparación, entre lo necesario para el mejoramiento de Pareto y lo disponible, es posible porque hay un número finito de agentes y de firmas, es decir, estamos comparando cantidades finitas. Había la presunción de que el problema era que los agentes, al provenir de diferentes generaciones, no podían encontrarse para transar, pero un mercado ficticio (Shell 1971), en donde todas las generaciones transaban bienes contingentes a la Arrow-Debreu (contingentes a la fecha de entrega, en este caso), demuestra que el problema es que hay dos infinitos: el número de consumidores y el número de bienes contingentes. Tal hecho impide la verificación de la restricción de factibilidad como en el caso de los equilibrios walrasianos y, por ejemplo, puede permitir financiar un incremento del consumo de una generación que será pagado por la siguiente, y luego la siguiente, y así hasta el infinito.[4]

En esta sección damos dos versiones de los modelos de generaciones traslapadas donde las manchas solares son relevantes y cada modelo aporta conclusiones diferentes.

Cada agente vive dos periodos: en su primera etapa de vida decide cuánto tiempo trabajar, $0 \leq \tau_t < \tilde{\tau}$. A cambio de ese trabajo, recibe una cantidad de dinero con el que compra los bienes que consume en el segundo periodo, $c_{t+1} > 0$. La función de producción es muy simple, ya que el producto es igual al trabajo realizado. La función de utilidad del agente depende de la utilidad que reciba de su consumo y la desutilidad que le produce tener que trabajar, tal que $u(c) - v(\tau)$; ambas funciones crecientes,

[4] D. Romer (2019, cap. 2) proporciona mayores detalles.

la primera cóncava y la segunda convexa. La función de producción es lineal en el trabajo. Sea M la cantidad total, constante, de dinero en la economía, por lo que el rendimiento del dinero es $R_{t+1} = \frac{P_t}{P_{t+1}} = \frac{\tau_{t+1}}{\tau_t}$ ya que $\tau_t = c_t = \frac{M}{P_t}$. El problema del agente es maximizar $E_t\,[u(R_{t+1}\tau_t) - \upsilon(\tau)]$, lo que implica decidir cuánto trabajar en el primer periodo de vida, donde el consumo que el agente hace en la segunda parte de su vida es igual a $c_{t+1} = R_{t+1}\tau_t$. La condición de primer orden es $\upsilon'(\tau_t) = E_t\,[R_{t+1}u'\,(R_{t+1}\tau_t)]$, por lo que $\upsilon'(\tau_t)\tau_t = E_t\,[\tau_{t+1}u'\,(\tau_{t+1})]$. Con la cantidad de dinero constante, hay un equilibrio estacionario cuando $\tau_t = \tau^*$, donde $\upsilon'\,(\tau^*) = u'\,(\tau^*)$.

Sin embargo, es posible crear equilibrios aleatorios consistentes con las expectativas racionales, pese a que nada en los fundamentales (preferencias, tecnología o asignaciones iniciales) sea aleatorio. Para ello necesitamos una variable de manchas solares, esto es, una variable aleatoria completamente exógena al sistema económico representado en el modelo, sin influencia en ninguno de los fundamentales, pero sí en las expectativas de los agentes y, por tanto, en sus decisiones. Lo más interesante es que estas expectativas se realizarán, es decir, son racionales.

La variable manchas solares es una variable aleatoria θ_t que sigue un proceso de Markov, que puede tomar estados en el conjunto {1, 2, ..., m} con probabilidades de transición desde el estado k al estado h igual a $\pi_{kh} > 0$. Para aliviar la notación, digamos que $\tau_{t+1} = \tau_{[k]}$ es la cantidad de trabajo en t+1 cuando la señal es $\theta_{t+1} = k$. El operador de valor esperado de la condición de primer orden se puede escribir como una sumatoria de la siguiente forma, donde el proceso aleatorio θ_t está originalmente en estado k: $\upsilon'(\tau_{\mathrm{k}})\,\tau_{\mathrm{k}} = \sum_{[h]=1}^{\mathrm{m}} \tau_{[\mathrm{h}]}\,u'\,(\tau_{[\mathrm{h}]})$. Como resultado, las principales variables macroeconómicas –trabajo, producción y precios– son ahora variables aleatorias que siguen los procesos de Markov. Las condiciones a partir de las cuales existen este tipo de equilibrios se pueden encontrar en Azariadis (1981) y en Woodford (1990). Como lo explica Azariadis (1981, 395), "incluso economías bien comportadas típicamente admitirán equilibrios de expectativas racionales en las cuales las expectativas mismas encenderán fluctuaciones en el ciclo de negocios". Cabe que notemos que los ciclos de negocios en este modelo no corresponden a aleatorizaciones de equilibrios

existentes en ausencia de la aleatorización externa, sino que son las expectativas de los agentes, coordinadas por la variable aleatoria de las manchas solares, las que generan el ciclo.

Una versión algo diferente considera una función de producción de ganancias constantes de escala con los factores trabajo y capital. Los agentes también viven dos periodos: t y t+1, pero siempre trabajan una unidad de tiempo en su juventud, reciben a cambio un salario, w_t, y consumen una parte de esa cantidad, $c_{1,t}$, en su primer periodo de vida, y la otra parte ahorran, $s_t = w_t - c_{1,t}$. Esta segunda la invierten como capital productivo, ganando un retorno de R_{t+1}. Todo lo que reciben en el segundo periodo lo consumen, $c_{2,t+1}$. Su función de utilidad depende del consumo en ambos periodos y descuenta la utilidad del segundo periodo con una tasa ρ de la siguiente forma:

$$U(c_{1,t}, c_{2,t+1}) = u(c_{1,t}) + (1 + \rho)^{-1} u(c_{2,t+1})$$

La función de producción, al ser homogénea de grado uno, puede expresarse en términos del capital per cápita k_t así: $f(k_t)$. Si la población crece a una tasa η constante, y el ahorro total de una generación es igual al capital total de la siguiente, tenemos que $k_{t+1} = s_t(1 + \eta)^{-1}$. Por tratarse de mercados competitivos, asumiendo que no hay depreciación, el retorno del capital será $R_{t+1} = 1 + f'(k_{t+1})$; y dado que los rendimientos constantes de escala aseguran que los pagos al capital y al trabajo agotan el producto, el salario es igual a $w_t = f(k_t) - f'(k_t)$. Con esta estructura, el problema del agente, en su juventud, es decidir cuánto ahorrar para maximizar su utilidad.

$$\underset{\{s_t \geq 0\}}{Max} \quad u[f(k_t) - f'(k_t) - s_t] + (1 + \rho)^{-1} u[(1 + f'(s_t(1 + \eta)^{-1})s_t)]$$

La función objetivo de la optimización es, por supuesto, la utilidad esperada, pero no estamos considerando ninguna variable aleatoria en este punto. Notemos que para el agente que es joven en el periodo t, k_t está dado. Entonces, si como resultado del proceso de optimización se obtiene una función de ahorro, en virtud de que este ahorro se convierte en el capital de la siguiente generación, se puede escribir la siguiente iteración

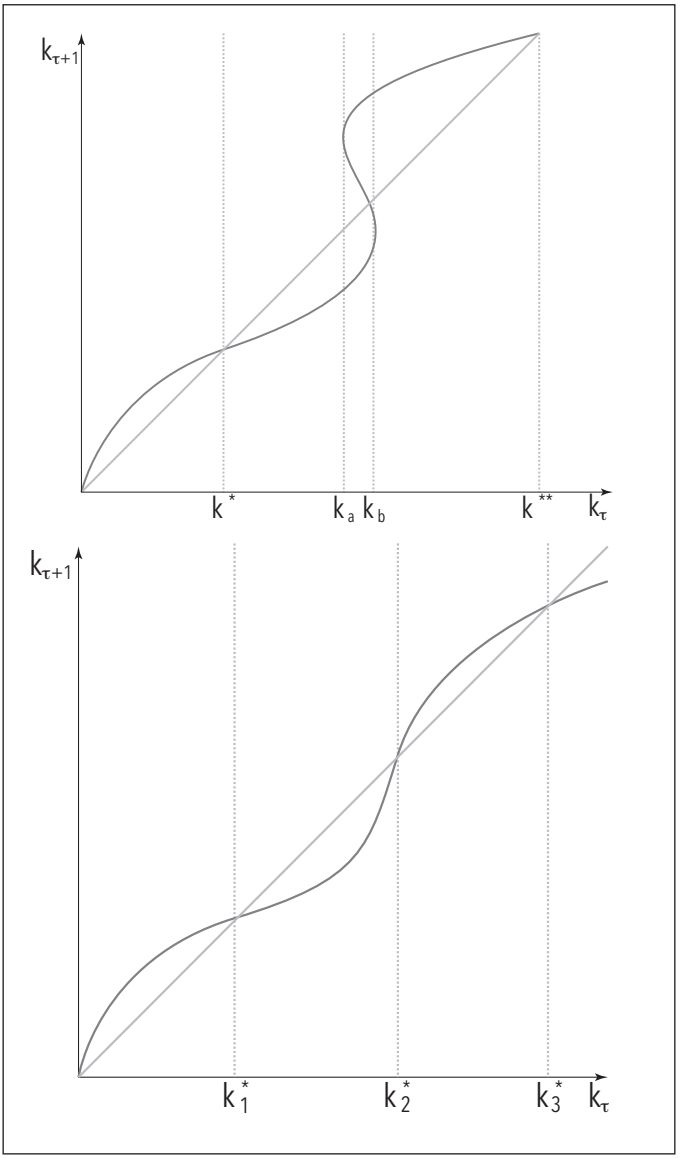
que representa la dinámica del capital de la economía: $k_{t+1} = s_t [k_t](1+\eta)^{-1}$. Ahora bien, es posible encontrar situaciones en las que esta iteración tenga varios equilibrios (esto es, valores del capital per cápita que cumplen con la condición $k = s_t [k] (1 + \eta)^{-1}$, como en la figura 6.1. Si estamos *abajo*, tendremos equilibrios estables e inestables alternados; cada equilibrio estable tendrá su intervalo de atracción, por lo que cabe esperar que la economía convergerá a uno de esos equilibrios, según donde se encuentre inicialmente.

El caso que nos ocupa es el de la figura 6.1, *arriba*. Recordemos que un incremento de la tasa de interés $f'(k)$ tiene un doble efecto en las decisiones de ahorro del agente: el efecto sustitución que lo puede inducir a ahorrar más, pues el costo de consumir ahora crece con respecto al costo del consumo futuro, y el efecto ingreso que lo puede inducir a ahorrar menos, porque los altos rendimientos le permiten transferir consumo al futuro con menores niveles de ahorro. Si el segundo efecto prevalece, la función de ahorro puede ser decreciente en la tasa de interés y, puesto que esta es decreciente en el *stock* de capital per cápita, la función de ahorro sería creciente en el *stock* de capital per cápita. En una economía que tiene k_0 en el intervalo (k_a, k_b) la iteración está indeterminada, pues los agentes podrían decidir ahorrar más porque esperan una tasa de interés baja; entonces, la economía convergería a un capital per cápita estacionario de k^{**}, o los agentes podrían ahorrar menos porque esperan una tasa de interés alta, lo que resultaría en que la economía convergería hacia k^{*}.

> Esto plantea la posibilidad de profecías autocumplidas y de que las manchas solares puedan afectar el comportamiento de la economía y que la economía pueda exhibir fluctuaciones, aunque no haya perturbaciones exógenas. Dependiendo precisamente de lo que se suponga, varias dinámicas son posibles (D. Romer 2019, 87).

Notemos que tanto k^{*} como k^{**} son equilibrios estables, por lo que cabe esperar que las expectativas que los agentes tengan cuando su *stock* de capital inicial se encuentra en el intervalo (k_a, k_b) definirá de forma permanente el futuro de la economía.

Figura 6.1. Equilibrios múltiples en generaciones traslapadas



Fuente: (D. Romer 2019).

En este escenario, la variable de manchas solares permite coordinar las expectativas. Este tipo de razonamiento, donde las expectativas definen acciones tales que convalidan las expectativas, es susceptible de ser aplicado en muchas líneas causales en macroeconomía. Por ejemplo, Farmer (2020, 18) dice: "se supone que las empresas emplean suficientes trabajadores para producir la cantidad de bienes que demandan los consumidores. Esta cantidad depende de la riqueza de los consumidores que, a su vez, está determinada por el valor de sus activos". El valor de las empresas, a su vez, dependería de sus ganancias y, por tanto, de la demanda agregada, tal hecho confirma las expectativas iniciales de los consumidores que son al mismo tiempo dueños de las acciones de las empresas.

El ejemplo más conocido de las profecías autocumplidas, por supuesto, es el de las corridas bancarias. Aun siendo solvente, un banco puede quebrar porque sus depositantes creen que no lo será en el futuro, dicha expectativa los mueve a retirar sus depósitos y obliga a la entidad bancaria a liquidar sus inversiones prematuramente, lo que ocasiona que se vuelva insolvente (Diamond y Dybvig 1983). El factor común en esta línea de investigación es la incorporación de las creencias en los modelos teóricos de los agentes, que no están determinadas por los fundamentales de la economía.

> El punto esencial es que, en un contexto verdaderamente dinámico, incluso con previsión perfecta y sin incertidumbre intrínseca, la teoría pura no proporciona una selección natural obvia de los elementos particulares sobre los cuales los individuos condicionan su pronóstico; la variable de estado del sistema no puede determinarse independientemente de las creencias individuales (Cass y Shell 1983, 254).

Pese a que los resultados de estas propuestas son muy relevantes para analizar la macroeconomía y permiten integrar de una manera rigurosa los supuestos microeconómicos neoclásicos de la racionalidad de los agentes con sus expectativas, su desarrollo ha sido más bien intermitente. Incluso sus principales exponentes, excepto tal vez Karl Shell, suelen alternar su estudio de las profecías autocumplidas con la investigación en otras áreas

tal vez más convencionales. Una de las explicaciones del fenómeno tiene que ver con el desarrollo de mecanismos de contrastación empírica. Como explica Durlauf (2007, 257): "los econometristas no han ayudado en el sentido de que no puedo pensar en ningún caso en el que un macroeconometrista haya hecho preguntas formales sobre la identificación de modelos de manchas solares, problemas de equivalencia observacional y similares".

La sociología de la profesión parece haber jugado un papel relevante en esta falta de definición. Cherrier y Saïdi (2018, 426) hacen notar la poco frecuente citación cruzada entre los autores fundamentales de esta área, e incluso el hecho de que utilicen distintos términos (por ejemplo, en el *New Palgrave Dictionary of Economics*) como si se tratara de diferentes enfoques o líneas de investigación, cuando en realidad se refieren esencialmente al mismo fenómeno: manchas solares, profecías autocumplidas, espíritus animales. Refiriéndose a los principales académicos que trabajan esta *área*, estos autores afirman que "estos economistas nunca llegaron a formar un programa de investigación estructurado y coherente ni a compartir un marco común". En la siguiente sección, tratamos de unificar la visión sobre esta área y de resaltar su importancia en el estudio del sistema social, volviendo a la raíz misma: la propuesta de Robert Merton (1948).

Las profecías autocumplidas

El teorema de MDS nos enseña que los equilibrios walrasianos, en general, no son únicos. Para conocer cuál de ellos se podría efectivizar, necesitamos definir la dinámica de precios y cantidades. No sería extraño que en esa dinámica jueguen un papel primordial las expectativas que, sobre esas dos variables o cualquier otra variable relevante, tengan los agentes, pero eso no se ha hecho explícito. Si en los modelos dinámicos a la Ramsey o de generaciones traslapadas se incluye una variable aleatoria completamente exógena al sistema y que, por lo tanto, no tiene ninguna dependencia de los fundamentales, es posible obtener no solo la realización de uno de los posibles equilibrios de mercado (por ser modelos dinámicos, quizá en forma de ciclos aleatorios estacionarios), sino equilibrios dinámicos que antes

no existían. Esta variable aleatoria de manchas solares posibilita coordinar las expectativas de los agentes, expectativas que se confirman en la realidad. La importancia de las creencias de las personas en el devenir (no solo como fluctuaciones estacionarias) de la economía se puede observar en el ensamblaje de una señal pública que permite la coordinación y la obtención de un modelo macroeconómico con agentes racionales, de expectativas racionales y con mercados que se limpian.

Por otra parte, el conjunto de EN puede ser reducido utilizando diferentes tipos de refinamientos, pero tampoco por esta vía es seguro que se pueda obtener unicidad, por lo que es necesario otro concepto para posibilitar la coordinación de los agentes (o, dicho de otro modo, que cada agente tenga conjeturas acertadas sobre lo que los otros harán) y que uno de los EN sea realizado. Schelling ha propuesto el concepto de punto focal, es decir, un equilibrio que, por alguna razón cultural o por simple saliencia de algún tipo, se convierte en el punto *obvio* hacia el que convergen las conjeturas, por ende, las acciones de los agentes. Este concepto, como muy apropiadamente lo señalan Selten, Rubinstein y Van Damme (1999), es un puente natural entre la matematizada teoría económica y el resto de las ciencias sociales.

Se puede entender la saliencia como el resultado de una señal (cultural, por ejemplo) y considerar señales más complejas. Lo que Aumann (1995) ha demostrado es que la focalización de cualquiera de los EN o de cualquier combinación convexa de los EN es lo que se consigue con las señales públicas, y nada más. Si la señal contiene información que se revela a un(os) agente(s) y no a otro(s), es posible obtener resultados de coordinación Pareto superiores a los EN iniciales. Esto sucede en el marco de un concepto más amplio, y teóricamente más rico, el de los equilibrios correlacionados y cuyo potencial para el análisis institucional aún está por explorarse.

En ambos enfoques, tanto de la teoría de juegos como de la modelización macroeconómica, la señal que posibilita la coordinación es emitida por un dispositivo exógeno al resto del sistema con base en un *programa* fijo (ley probabilística fija, por ejemplo, y estructura de distribución de la información determinada) que el dispositivo cumple sin duda alguna.

Consideremos poner el dispositivo en manos de los jugadores, es decir, que la señal sea emitida por instituciones que, a su vez, actúan como jugadores que forman parte del juego.

Las instituciones de primera importancia en las sociedades humanas son las que definen los mecanismos de decisión colectiva. En este campo, también hemos de abandonar la esperanza de encontrar un mecanismo que permita agregar las preferencias de manera que estas cumplan con criterios razonables. El teorema de imposibilidad de Arrow nos ha puesto, en esta área también, ante la necesidad de reconocer que existen muchos mecanismos de agregación de las preferencias individuales y que sus resultados dependerán de los detalles específicos de cada mecanismo.

Merton (1948) desarrolló el concepto de profecías autocumplidas. El autor lo ilustra con el ejemplo de un banco solvente cuyos depositantes, repentinamente, piensan que va a dejar de serlo, por lo que retiran su dinero de la institución, lo que a su vez causa la bancarrota de la entidad bancaria. Sin embargo, a la luz de los diferentes enfoques que hemos revisado, su definición es, al menos, incompleta, porque el autor dice que "la profecía autocumplida es, en un principio, una definición falsa de la situación que suscita un nuevo comportamiento que hace realidad la concepción originalmente falsa. La engañosa validez de la profecía autocumplida perpetúa un reino de error" (Merton 1948, 195).

Con base en los ejemplos anteriores, podemos afirmar que las profecías autocumplidas no tienen que ver necesariamente con la falsedad o que parten obligatoriamente de una mentira. Podemos reinterpretar la corrida bancaria como resultado de la acción de cada agente –o, al menos, un número significativo de ellos– o como la respuesta a su expectativa de que el banco no sea solvente en el futuro, lo cual puede deberse a una actual insolvencia o a una corrida en el futuro cercano que lo haga insolvente. Lo esencial es que cuando los agentes (no todos, pero sí en número y composición requerida según el caso) creen que algo sucederá, es esa creencia la que origina la realidad. En palabras de Merton (1948, 195),

> la parábola nos dice que las definiciones públicas de una situación (profecías o predicciones) se convierten en parte integral de la situación y, por

> lo tanto, afectan los desarrollos posteriores. Esto es propio de los asuntos humanos. No se encuentra en el mundo de la naturaleza. Las predicciones del regreso del cometa Halley no influyen en su órbita. Pero la supuesta insolvencia del banco de Millingville afectó el resultado real. La profecía del colapso llevó a su propio cumplimiento.

La importancia de este fenómeno en las sociedades humanas no puede ser exagerada y, en nuestro criterio, constituye el engranaje fundamental de la sociedad cuyo funcionamiento debemos entender. Dicho de otro modo, es el objeto esencial de las ciencias sociales.

Merton (1948, 193) cita al sociólogo norteamericano W. I. Thomas, quien dice que "si los hombres definen una situación como real, es real en sus consecuencias". Notemos que no dice: *si los hombres definen la situación como real, esta se vuelve real*. Lo real son sus consecuencias. Esto nos lleva a constatar que, en todos los ejemplos presentados, algún tipo de consistencia es requerida para que el escenario futuro se pueda convertir en una profecía autocumplida. En el caso de la teoría de juegos, se trata de un EN en el juego original o en el juego ampliado para incluir las señales; en el caso de los modelos macroeconómicos, los agentes están optimizando y los mercados se limpian. En el ejemplo del banco, si los depositantes creen que su pequeño banco local se convertirá de la noche en la mañana en el principal banco global, esto no va a ocurrir. La consecuencia real podría ser la redoblada confianza de sus depositantes y, por esta razón, un crecimiento importante de los depósitos en ese banco, pero ciertamente la transformación de esta institución financiera en líder global requerirá de algo más que la confianza ilimitada de sus parroquianos. Volviendo a nuestros modelos, cada uno de estos presenta un conjunto de futuros posibles, consistentes con los supuestos internos del modelo. Creer en la realización de uno de esos modelos es más bien un proceso de selección, no de creación.

En una hermosa conversación entre Jorge Luis Borges y Octavio Paz ([1982] 2017, 4:22), este último dice:

> Aristóteles creía que el dominio de la poesía era lo que él llamaba 'lo que podría ser, lo posible verosímil'. A diferencia de la historia que contaba lo

> que fue, a diferencia de la filosofía que se ocupaba de lo que es, la poesía se ocupa de lo que podría ser.

No encontramos mejor definición del fenómeno que nos ocupa que la siguiente: una profecía autocumplida debe ser posible, consistente con los supuestos del modelo que debe reflejar comportamientos razonables de los individuos, y debe ser creíble, los agentes deben creer que eso pasará.

Cabe preguntarnos, por un lado, evocando la teoría de los equilibrios punteados en biología y paleontología (Mitchell 2009, 84), si la sociedad atraviesa periodos de estabilidad en donde el futuro se puede, incluso, predecir como una proyección o extrapolación del presente y del pasado reciente. Por otro lado, podría ser que la sociedad enfrenta de vez en cuando procesos de inestabilidad, bifurcaciones, donde enfrenta varios posibles caminos consistentes, realizables, pero solo se concreta uno de ellos. Sería en ese preciso momento cuando lo que la gente cree es lo que sucede, cuando las profecías autocumplidas son posibles y la creencia colectiva cumple un papel de selección. No resistimos la tentación de citar a Borges, específicamente, su cuento policial "El jardín de los senderos que se bifurcan". En palabras del sabio sinólogo Stephen Albert: "el tiempo se bifurca perpetuamente hacia innumerables futuros".

Un elemento crucial no ha sido analizado aún. Una señal es necesaria para coordinar la acción de los agentes, sea para los EN focales o para los equilibrios correlacionados, así como en los modelos macroeconómicos. En aquellos modelos se asume que la señal proviene de un dispositivo externo, no dependiente de los fundamentales del modelo, y que la generación de señales es automática, basada en un procedimiento determinado. Sin embargo, obviamente no es así. Si consideramos a la sociedad como un sistema complejo, debemos admitir que esas señales provienen de ella y que hay instituciones estatales, educativas, medios de comunicación, líderes, ciudadanos, consumidores, etc., que emiten señales. En definitiva, el panorama no estará completo si no ponemos a quienes emiten las señales dentro del juego, dentro del modelo y de su dinámica, y si no tratamos de entender cuáles de ellas llegan a ser relevantes en determinadas circunstancias y por qué.

Preferencias, información, creencias y decisiones sociales

Fiel a su origen en la física del siglo XIX, la economía neoclásica concibe al individuo como un átomo aislado cuya interacción con los otros solo se da mediante las variables agregadas (esencialmente precios de mercado) sobre las que cada sujeto no tiene ninguna capacidad de influencia en un mercado competitivo. Desde esos supuestos, y gracias al tratamiento riguroso que permite la matemática, se deduce el papel crucial que juegan las creencias y las señales tanto en los EN focales como en los equilibrios correlacionados y en los equilibrios de manchas solares.

Por otro lado, así como hemos argumentado a favor de la heterogeneidad en los agentes y en contra del uso del agente representativo, en esta sección explicamos la necesidad de abandonar el concepto del agente atomístico, que no tiene interacción con otros agentes, sino tan solo en el mercado anónimo, a favor de un individuo en donde incluso sus preferencias son socialmente endógenas. Este enfoque nos plantea muchas preguntas: ¿de dónde salen estas señales tan importantes que posibilitan la coordinación y el anclaje de preferencias y expectativas?, ¿cómo se procesan dentro de la sociedad? y ¿cómo definen el marco dentro del cual los agentes toman sus decisiones? Contestarlas requerirá entender a la economía como parte inmanente de un sistema social complejo que incluye adicionalmente, al menos, lo institucional y lo político. En consecuencia, no son preguntas que podrían ser abordadas solamente desde la economía.

En la teoría económica se han considerado varios tipos de interacción social que podrían clasificarse en dos clases fundamentales. En la primera clase están aquellos modelos que incluyen variables sociales en la función de utilidad que, a su vez, se pueden agrupar según el tipo de variable que introducen:

1. Preocupaciones sobre la equidad o el altruismo, para explicar los resultados de juegos como el del ultimátum, que son contrarios a las predicciones de la teoría de juegos, si se considera que los agentes económicos solamente buscan maximizar sus pagos (Camerer 1998).

2. Comparación del consumo (o ingreso) propio con el de los otros, una suerte de concurso de poder adquisitivo, que en inglés se conoce como "keeping up with the Joneses" (Ulph 2014).
3. Reglas de comportamiento o preferencias impuestas por un proceso de socialización que define la identidad que debe tener cada agente, quien recibe una recompensa o un castigo social por cumplir o incumplir el comportamiento prescrito para la identidad asignada (Akerlof y Kranton 2016). Pese al mérito de este último trabajo, por ser pionero en el tratamiento matemático de la identidad, es justo decir que el análisis queda muy corto frente a aquel propuesto por sociólogos como Bordieu (Swartz 2013).

En la segunda clase de interacciones incluiríamos las relativas a la endogeneidad y al carácter social de las preferencias y de las expectativas; a estas últimas nos referiremos con más detalle en la sección siguiente. Sobre las primeras, retomamos el concepto de preferencias miméticas propuesto por René Girard (1978) y por Livingston (1994), que abre la puerta a una fuente esencial de endogeneidad en la economía y en la sociedad en general y a la posibilidad de equilibrios múltiples. Las consecuencias de este tipo de endogeniedad son inmensas, ya que, por ejemplo, el análisis del bienestar debería replantearse completamente, pues es imposible comparar de la manera usual dos estados en los cuales los agentes tienen preferencias distintas. El concepto mismo de función de demanda tiene que ser revisado si las preferencias no permanecen constantes e, incluso, pueden ser influidas por los precios vigentes en el mercado, como sería el caso del consumo conspicuo (Drakopoulos 2022). No obstante, el aporte de Girard al entendimiento de la sociedad desde la perspectiva de la teoría económica puede ser mucho mayor, porque apunta al carácter social de las motivaciones humanas.

> Cuando los teóricos modernos conciben al hombre como un ser que sabe lo que quiere, es posible que simplemente no hayan percibido el dominio en el que la incertidumbre humana es más extrema. Una vez que sus necesidades básicas están satisfechas (de hecho, a veces incluso antes), el hombre está sujeto a deseos intensos, aunque no sepa exactamente para

> qué. La razón es que desea ser, algo de lo que él mismo carece y que alguna otra persona parece poseer. El sujeto busca así que esa otra persona le informe de lo que debe desear para adquirir ese ser (Girard citado en Orléan 2013, 4).

Economistas destacados de la corriente principal han abordado las interacciones sociales, entre ellos podemos mencionar a George Akerlof, Gary Becker –(Premio Nobel de Economía en 1992) quien, en una obra en coautoría con Kevin Murphy, reconoce la importancia de tales interacciones– y a James Coleman, Thorstein Veblen y Thomas Schelling. Sin embargo, la crítica de Becker y Murphy (2000, 6) a estos autores es que "ignoran casi por completo los precios, mientras que los precios son una parte fundamental de nuestro análisis del multiplicador social sobre el comportamiento". Adicionalmente, tal como lo destaca Drakopoulos (2022), las consecuencias de introducir estas interacciones son relevantes tanto para la economía descriptiva como para la política económica, porque predicen una dinámica distinta de la economía frente a choques exógenos o medidas de política. Este autor dice que, por ejemplo, si las acciones de un individuo dependen sustancialmente de su identidad social, un cambio en los incentivos económicos puede tener poco impacto en sus decisiones. Sin embargo, la corriente principal sigue prefiriendo la concepción atomística del agente: "el punto importante aquí es que, aunque estas formulaciones se desarrollaron dentro del marco estándar de maximización de la utilidad, no lograron ganar aceptación en el núcleo duro de la teoría estándar de elección" (Drakopoulos 2022, 2).

Comunicación: redes, expertos y medios masivos

Si las preferencias tienen mucho de endógeno y dependen del entorno social, los otros dos elementos cruciales para tomar decisiones individuales, esto es las creencias y la información, también tienen un origen social, porque los individuos no reciben únicamente información pública y uniforme, ni la procesan tan solo de manera individual. Existe, por supuesto, información que el individuo recibe de los medios de

comunicación masiva y de las redes sociales (reales y virtuales) a las que pertenece, en cuyo caso la estructura de estas redes es crucial para que el sujeto adopte una opinión o no lo haga. Cabe preguntarnos cómo circula la información en la sociedad y cómo esta interactúa con las creencias y decisiones individuales.

> ¿Por qué las personas cambian rápidamente algunas creencias a la luz de nueva información mientras se resisten ferozmente a cambiar otras creencias? ¿Por qué algunas creencias se propagan más rápido que otras? ¿Por qué las sociedades a veces llegan a un consenso sobre un tema y otras veces se dividen en grupos con creencias muy diferentes? (Galesic et al. 2021, 1).

La ubicuidad de las redes sociales y la disponibilidad cada vez mayor de datos sobre las conexiones entre individuos han actuado como un catalizador en la emergencia de una nueva área de investigación: la teoría de redes, hacia donde han concurrido diversas disciplinas, desde las matemáticas hasta la sociología, pasando por la teoría de la computación. Esta teoría ha generado un profundo impacto económico y científico que incluye la organización de la información de internet y su búsqueda eficiente, el análisis de las epidemias y la batalla contra ellas, el mapeo del cerebro humano, el diseño de nuevas drogas y un largo etcétera. Todo esto ha sido posible fundamentalmente por dos hechos. En primer lugar, la definición de red (un conjunto de nodos con conexiones entre sí) es tan general que permite que muchos entes puedan ser considerados un nodo y una conexión. Un ejemplo sería los directorios de una empresa enlazados por uno de sus miembros, dos neuronas conectadas por sus axones y dendritas, una página *web* que direcciona a otra; dos personas que mantuvieron contacto sexual, etc. En segundo lugar, a esta generalidad se añade que muchas de estas redes comparten características comunes (Albert y Barabási 2002; Easley y Kleinberg 2010). La primera característica es que si el grado de un nodo (llamémoslo ς) es el número de conexiones que este tiene, la distribución de los grados de una red muchas veces observa una distribución en potencia, también llamada

libre de escala, es decir, $p(\varsigma = k) \sim k^{-\gamma}$ para algún $\gamma > 0$. Este fenómeno suele reflejar algún tipo de retroalimentación positiva, por ejemplo, tener muchos amigos hace más probable que tengamos uno nuevo, y puede llevar al fenómeno *el ganador se lleva todo*.[5]

Una segunda característica muy frecuente en muchos tipos de redes es el *fenómeno del mundo pequeño*, donde el número de conexiones que en promedio se requiere para establecer un camino de conexiones entre dos nodos de una red grande, tomados al azar, suele ser sorprendentemente pequeño. Los modelos teóricos de redes obtienen que en promedio, y dependiendo del parámetro γ de la distribución de los grados de la red, este número de conexiones puede ser muy pequeño en comparación con el número de nodos de la red (Samoylenko et al. 2003).

La tercera característica es la presencia de grupos o clústeres en muchos tipos de redes, es decir, conjuntos de nodos que tienen una mayor conectividad hacia adentro del grupo que hacia afuera. Este fenómeno es muy importante en las redes sociales porque explica la polarización que existe en ellas. Los clústeres, por un lado, se convierten en cámaras de eco que refuerzan y radicalizan opiniones y, por otro, la comunicación entre grupos de pensamiento distinto se reduce rápidamente a insultos. Esto acaba con la esperanza de aquellos que creían que estas redes facilitarían la comunicación social, la circulación de información y el debate de las ideas (Terren y Borge 2021).

Las redes sociales siempre han sido un mecanismo de transmisión de la información, desde el clásico rumor que viaja de boca en boca hasta el contenido que se vuelve viral y es retransmitido a grandes velocidades a millones de usuarios. La estructura de la red juega un papel primordial en la forma de difundir la información, la cual es más contagiosa dentro de los clústeres y se transmite con mayor facilidad cuando los nodos de alta conectividad (conocidos como *hubs* o *influencers*) se activan como transmisores de un mensaje, originando lo que se conoce como cascadas de información (Qi et al. 2018). Hay evidencia de que las ideas se dispersan en una red de una forma distinta al contagio de un virus: mientras que en este caso la probabilidad de contagio depende del número de infectados

[5] Es el mismo fenómeno que ya advirtió Wilfrido Pareto en la distribución del ingreso.

con los que el no contagiado tiene enlace (conexión en la red), en el primero lo relevante es que quienes estén *contagiados* de una idea pertenezcan a diferentes grupos; es decir, para adoptar una idea se valora la diversidad social de las personas que la profesan (Giles 2012, 449).

Existen importantes líneas de investigación para identificar a los *influencers* y cuantificar su impacto, así como para predecir el aparecimiento de las cascadas de información, con amplios usos políticos y comerciales (Zhou et al. 2021). Las técnicas de modelización y de análisis de datos desarrolladas en esta área serán cruciales a la hora de analizar cómo el flujo de la información y las decisiones individuales se condicionan mutuamente para producir un comportamiento social –en la línea de la propuesta de Galesic et al. (2021) que presentamos más adelante–.

Para considerar a los próximos protagonistas –los conglomerados de comunicación masiva– y como una provocación al lector acostumbrado a modelos con agentes ultrarracionales y perfectamente informados, citamos al famoso libro *Manufacturing Consent: The Political Economy of the Mass Media* [*Los guardianes de la libertad*] de Herman y Chomsky (2008). Estos autores describen la creciente concentración de los medios de comunicación masiva en pocas manos (en el caso norteamericano, se pasó de 50 conglomerados que dominaban a casi todos los medios de comunicación masiva en 1983 a tan solo 23 en 1990). A tal estructura de propiedad se suma la dependencia económica de estos negocios de la publicidad que contratan las grandes corporaciones. Por los intereses mutuos entre los medios y quienes son objeto de las noticias, los contenidos mediáticos tienen un sesgo muy claro: "los medios sirven y hacen propaganda en nombre de los poderosos intereses sociales que los poseen y operan" (Herman y Chomsky 2008, 12).

Estos autores reconocen que el internet provee nuevas vías de comunicación y que ha facilitado la expresión de sectores antes silenciados (como el Ejército Zapatista en Chiapas, México), pero afirman que "aunque internet ha sido una valiosa adición al arsenal de comunicaciones de disidentes y manifestantes, tiene limitaciones como herramienta crítica" (Herman y Chomsky 2008, 17). Entre estas limitaciones estaría que los que más necesitan información sin el sesgo de las grandes corporaciones,

refiriéndose a los más pobres, son los que menos acceso tienen y menos preparados están para procesar ese tipo de información. Asimismo, las grandes corporaciones son casi las únicas que llegan a grandes audiencias en internet. Existen otras audiencias más bien fragmentadas, lo que profundiza, a su vez, la fragmentación y polarización de la sociedad. Todo ello dificulta la emergencia de un conocimiento común colectivo que es imprescindible para la acción colectiva. Su análisis muestra evidencia numérica de diferencias en la cobertura de eventos favorables o contrarios a la política exterior norteamericana.

Los economistas también han analizado los medios masivos. Sin llegar al contenido político de la perspectiva de Chosmky, Joseph Stiglitz (2015, 2017) toma el concepto económico *captura*, creado por George Stigler (Stigler y Friedland 1962), para analizar la regulación. Stiglitz estudió el papel de los medios de comunicación como vigilantes de gobiernos, grandes negocios y otros grupos poderosos. El peligro de la captura de los vigilantes, es decir que estos respondan a los intereses de los vigilados, se origina, según este autor, en las puertas revolventes. En otras palabras, que los editores de periódicos, por ejemplo, tengan entre sus opciones laborales futuras la posibilidad de ocupar cargos en las grandes corporaciones a las que se supone que deben vigilar. Los reguladores terminan pensando como los regulados debido a varias razones: 1) la interacción continua y prolongada; 2) la propiedad de los medios en manos de capitales considerables; 3) el financiamiento de los medios a través de la publicidad; 4) que es mucho más barato usar la información que proveen los que deberían estar bajo la vigilancia de la prensa, y, finalmente, 5) en simple y directa censura.

Una de las fuentes de información que circula en los medios de comunicación masiva y en las redes son los expertos, que se supone que cuentan con un nivel superior de conocimientos, en relación con la media de la población, sobre un tema especializado. Se espera que estas personas tengan opiniones objetivas, no comprometidas con intereses específicos. Johnston y Ballard (2016, 443) se proponen evaluar empíricamente la importancia de este tipo de opiniones en el área económica en los Estados Unidos, debido a que "los expertos económicos ocupan papeles cada vez más prominentes en el debate político estadounidense".

Estos autores realizaron una encuesta experimental que consistió en ofrecer información sobre un asunto económico a la mitad de una muestra y ninguna información a la otra mitad. A quienes recibieron información también les indicaron explícitamente que provenía de expertos en el tema. Luego hicieron preguntas a toda la muestra sobre la información que recibió la primera mitad, para evaluar la influencia del criterio de expertos sobre la opinión pública. Los resultados no fueron halagadores para la profesión, pero además corroboraron que es más fácil que un individuo cambie su opinión sobre temas técnicos que sobre asuntos simbólico-políticos. Concluyeron que muchas veces las personas usan selectivamente la información para confirmar sus opiniones previas. Esto nos devuelve a la pregunta que Galesic et al. (2021) planteaban. Con base en la encuesta experimental, Johnston y Ballard (2016, 453) encontraron que existen

> cambios correspondientemente pequeños a moderados en la opinión pública cuando los ciudadanos reciben información sobre opinión experta. La capacidad de respuesta es mayor cuando el consenso se atribuye a una [profesión] genérica que cuando se atribuye a economistas. El cambio de opinión es menor en cuestiones políticas simbólicas que en cuestiones técnicas. Además, en lo primero, pero no en lo último, encontramos que los ciudadanos utilizan juicios de confianza en los economistas de forma motivada, para reforzar opiniones previas.

Efectiva o no, la opinión de expertos en economía es en verdad una parte primordial del debate en cualquier país, fundamentalmente porque los temas de política económica afectan la vida diaria y el bienestar de toda la población. Sin embargo, y más allá de que la teoría económica que manejan los expertos de esta área les permita o no entender mejor la realidad, es difícil afirmar que sus opiniones son neutrales o tratan de precautelar el interés de la mayoría de un país. "Los autoproclamados 'expertos' hablan con muchas voces y difícilmente pueden considerarse desinteresados" (Friedman 1966, 4). La desconfianza respecto de las voces expertas proviene de varias vertientes ideológicas y probablemente el mensaje más difundido y claro es aquel presentado en el documental *Inside Job*, cuyo escritor y director afirma con contundencia que

> durante los últimos 30 años, la disciplina económica ha sido sistemáticamente subvertida, de la misma manera que la política estadounidense: por dinero, especialmente de la industria de servicios financieros. A muchos de los economistas más destacados de Estados Unidos ahora se les paga para testificar en el Congreso, formar parte de juntas directivas, testificar en casos antimonopolio y procedimientos regulatorios, y dar discursos a las empresas e industrias que estudian y sobre las que escriben con supuesta objetividad. Esta no es una actividad marginal; ahora es una industria, dirigida por media docena de grandes empresas (Charles Ferguson 2010, escritor y director de *Inside Job*).

En todo caso, debemos considerar el origen de las señales que no solo informan sobre la toma de decisiones de los agentes, sino que facilitan su coordinación y, desde la perspectiva neoclásica, la selección del equilibrio en el que se situaría la economía. Dicho de otra forma, hay que incluir a los emisores de señales en el juego y eso nos acerca al ámbito de lo político.

Con el objeto de orientar la investigación en esta área y facilitar la formulación de predicciones testeables empírica y experimentalmente, Galesic et al. (2021) proponen una estructura general de modelo que incorpora el flujo de información en la red, los procesos cognitivos de los individuos y la dinámica de la red. En este modelo general, la red social está constituida por individuos con sus creencias y conexiones, mientras que el individuo tiene una colección de creencias relacionadas entre sí que también constituyen una red, en este caso interna. Cuando el individuo está considerando una creencia en particular (denominada creencia focal), forma una representación cognitiva de lo que sus contactos relevantes en la red social creen sobre ese tema[6] y una representación cognitiva de sus creencias relacionadas con esa creencia focal. Esta representación cognitiva de su entorno social puede ser, por ejemplo, un promedio (ponderado o no) de las opiniones de su entorno. Entonces, puede producirse una disonancia entre su creencia focal y unas (o ambas) estructuras cognitivas, lo que a su vez puede originar un cambio en la creencia focal o en las estructuras

[6] Un nodo relevante para el agente puede ser un medio de comunicación masiva, un *influencer* o un amigo cercano en quien confía.

cognitivas. Por ejemplo, el individuo puede detectar una disonancia entre su creencia sobre la legitimidad de la represión policial contra las protestas sociales y la creencia que sobre este asunto tienen en su entorno social. Ante ello, podría ajustar su creencia focal a su entorno social o cambiar su entorno social transformando sus conexiones en la red. En cualquiera de los dos casos, su acción modifica el ambiente social de creencias relevantes para quienes constituyen su entorno, generándose una dinámica tanto en la red como en las creencias sociales e individuales.

La propuesta de Galesic et al. (2021) está basada en los aportes de otras ciencias que abordan las creencias, por lo que constituye una propuesta unificadora relevante. Sin embargo, estos autores señalan que la evidencia empírica para testear y calibrar este tipo de modelos es aún muy escasa.

> Hay sustancialmente menos investigación sobre estas estrategias de actualización de redes que sobre estrategias de actualización de creencias, en particular cuando se trata de actualizar los vínculos entre las propias creencias. Los modelos de dinámica de creencias con un componente de actualización de redes sociales comenzaron a ocurrir hace relativamente poco tiempo, basándose parcialmente en la literatura que estudia los juegos de comportamiento en redes adaptativas (Galesic et al. 2021, 6).

La transmisión de información en las redes sociales y su efecto sobre las decisiones de los individuos, junto con lo que proveen los medios de comunicación masiva recién empieza a ser objeto de investigación. Este estudio se facilitará por la gran disponibilidad de datos que ahora acumulan las redes sociales y por el rastro digital gigantesco que dejan nuestras actividades diarias, así como por el poder de la computación en nuestras manos. Sin embargo, la explotación de estos datos está, por el momento, orientada a la disputa por la atención de los consumidores y a su comercialización y no se abordan aún preguntas sobre el comportamiento sistémico de los grupos humanos.

Considerar a todos los jugadores dentro del juego

En su artículo seminal "Crimen y Castigo", Becker (1968) analiza el cometimiento, o no, de un crimen como si fuera el resultado de la decisión racional de un agente maximizador. Basu (2018) utiliza una versión simplificada del modelo de Becker para explicar que si el beneficio para el criminal de cometer el crimen es B, y p es la probabilidad de que sea capturado, en cuyo caso pagaría una pena equivalente a F, entonces un agente racional neutral al riesgo cometería el crimen si $B > pF$. Es obvio que, implícitamente, se asume que existen funcionarios que supervisan las acciones de los posibles criminales, pueden identificar la ocurrencia del crimen y, sobre todo, castigan a los que incurren en esas actividades.

Basu (2018, 36) encuentra una contradicción en el modelo neoclásico, porque este asume, de modo implícito, que los funcionarios cumplen mecánicamente su papel y, por lo tanto, "trata a los individuos ordinarios como incansables agentes racionales, que hacen lo que hacen para maximizar su propia utilidad, mientras que los agentes del Estado actúan mecánicamente y están programados para hacer lo que se supone que deben hacer"[7]. Su argumento central es que la ley no es más que una señal que identifica como punto focal a uno de los posibles equilibrios en los que puede estar una sociedad; en ese sentido, su perspectiva se parece mucho a los ejemplos de *focalización* que hemos visto a lo largo del libro. Pero va más allá, ya que insiste en que, para evitar la contradicción que señala en el modelo neoclásico, hay que incorporar a los funcionarios en el juego. En ocasiones su propuesta es aún más amplia cuando, al usar el ejemplo del *punto de encuentro* en un aeropuerto, dice que hay que incluir en el juego la creación del punto focal.

> Lo que esto sugiere es una agenda de investigación fascinante, a saber, la necesidad de un modelo que abarque no solo el efecto de un punto focal, sino incluso la creación del punto focal. En otras palabras, es posible que

[7] Notemos que lo mismo podríamos decir de los emisores de las señales en los equilibrios de manchas solares en los equilibrios correlacionados: se asume que cumplen su papel de emisores de manera mecánica, automática.

> eventualmente deseemos no solo saber qué sucede después de que se coloca el letrero "Punto de encuentro" en un aeropuerto, sino también modelar a la persona que coloca ese letrero y la decisión de colocar ese letrero (Basu 2018, 77).

En efecto, la descripción que hemos hecho muestra claramente que las principales fuentes y canales de información –medios de comunicación masiva y redes sociales– no son neutrales. Los medios no constituyen un reflejo aséptico de una realidad definida con nitidez, ni la decisión de un nodo de retransmitir o no la información en una red es automática ni ausente de las opiniones o intereses del nodo, ni los *testimonios* de los expertos son necesariamente desinteresados. Si pensamos en las señales que focalizan un EN, hacen posible un equilibrio correlacionado o generan un ciclo de manchas solares en la economía, ¿qué otras fuentes de señales hay en la sociedad? Sin duda, debemos poner al Estado y sus órganos de Gobierno (legislativo y ejecutivo) en esa lista, y tampoco podemos asumir que estos agentes puedan considerarse neutrales o que puedan cumplir mecánicamente funciones que manda, tal vez, una ley.

Incluir a estos agentes en el juego nos lleva a conectar a la economía con la política y requerirá inexorablemente abordar un concepto casi místico: el poder. Por supuesto, el tema está bien lejos de nuestro alcance en este libro, pero debemos destacar la conexión del concepto de poder con las señales y la información que juegan un papel crucial para resolver la indeterminación en la que desembocan los modelos macroeconómicos neoclásicos. Para ello, y sin pretender una revisión exhaustiva, haremos referencia a tres autores.[8] Russell (1938) nos habla de tres tipos de poder: el poder de la fuerza y coerción, el poder inductivo –que opera mediante la conformidad al grupo y/o el condicionamiento por recompensas o castigos– y el poder de la propaganda. Pese a las diferencias a un nivel más profundo, esta clasificación se parece mucho a la de Galbraith (1983), quien nos habla de poder compensatorio. Dicho poder ofrece algún tipo de recurso

[8] Las reflexiones que siguen no pretenden ser una revisión exhaustiva de la relación entre conocimiento y poder. Ni siquiera se afirma que los autores citados son los más relevantes en el tema.

(monetario, por ejemplo) a cambio de obediencia; poder condigno, que se basa en el castigo, y el poder de persuasión. A riesgo de sobresimplificar, podemos decir que estos dos autores clasifican los tipos de poder como financiero-monetario, coercitivo o fuerza, e ideológico.

Sin embargo, a menos que el poder de una persona se base en su sola fuerza física individual, hay un requisito ideológico (concepción del funcionamiento de la sociedad, ideas sobre lo que está bien y mal, expectativas del comportamiento de otros, valoración de un liderazgo) para que un grupo humano amenace y ejerza fuerza y violencia de manera organizada sobre otro. Más aún, generalmente el grupo que la ejerce es bastante más pequeño que el que puede ser objeto de ella, si bien mucho más organizado para la acción colectiva, por lo que el componente ideológico es el sustrato de la violencia en ambos lados de la medalla.

> Ningún hombre tendría motivo alguno para temer la furia de un tirano, si no tuviera autoridad sobre nadie sino por miedo; ya que, como un solo hombre, su fuerza corporal puede alcanzar solo un pequeño camino, y todo el poder adicional que posea debe estar fundado en nuestra opinión o en la supuesta opinión de otros (David Hume citado en Basu 2018, 40).

En cuanto al dinero, no se trata en absoluto de un valor o, peor, fuerza o poder que exista fuera del ámbito de las ideas de una sociedad.

> El dinero no es una realidad material, es una construcción psicológica […]. El dinero es, en consecuencia, un sistema de confianza mutua, y no cualquier sistema de confianza mutua: *el dinero es el sistema de confianza mutua más universal y eficiente jamás ideado* (Harari 2011, 201).

Cualquier forma de poder que se base en la compensación o pago de recursos materiales o simbólicos que puedan ser comprados, o en la fuerza o coerción de un grupo sobre otros, se origina finalmente en las ideas y los símbolos compartidos en un grupo humano. Basu (2018, 40) dice: "en verdad, los ingredientes más importantes de una república, incluido su poder y fuerza, residen nada más que en las creencias y expectativas de la gente común en su vida diaria y sus tareas cotidianas".

En palabras de Manuel Castells (2009, 416):

> aunque las teorías del poder y la observación histórica señalan la importancia decisiva del monopolio estatal de la violencia como fuente de poder social, sostengo que la capacidad de participar con éxito en la violencia o intimidación requiere el encuadre de las mentes individuales y colectivas […]. El poder se ejerce principalmente mediante la construcción de significado en la mente humana a través de procesos de comunicación promulgados en redes multimedios globales/locales de comunicación de masas, incluidas autocomunicación.

La relación entre conocimiento y poder es, nuevamente, un área que está fuera de este libro. Y, una vez más, nos atrevemos a reflexionar sobre ella porque creemos firmemente que surgirán líneas de investigación importantes en el futuro, puntos hacia donde la economía deberá tender puentes para entender este sistema complejo llamado sociedad humana.

Si la dinámica de una sociedad humana es esencialmente la de equilibrios punteados, en las épocas de estabilidad las predicciones son posibles y consistirían, básicamente, en decir que mañana será como hoy, así como hoy fue como ayer. Sin embargo, cuando el sistema llega a una bifurcación y si –de acuerdo con los análisis previos sobre la indeterminación del sistema económico– en estas circunstancias las creencias de los agentes son decisivas sobre la ruta que tomaría la sociedad, ¿es posible hacer predicciones?

La capacidad predictiva de una disciplina ha sido considerada una medida de su madurez y solidez, y los estándares de predicción han sido establecidos por eventos como el descubrimiento de Neptuno por puro cálculo matemático dentro de una teoría sobre el movimiento de los astros. La predicción sería incluso el objetivo de última instancia de la ciencia. Por ejemplo, Willard Quine (1953, 44), uno de los filósofos más relevantes de los últimos cien años, dice: "como empirista sigo pensando en el esquema conceptual de la ciencia como herramienta, en última instancia, para predecir la experiencia futura a la luz de la experiencia pasada". No obstante, dada la relación entre las creencias del sujeto y el objeto en tiempos de bifurcaciones, ¿es posible hacer predicciones en las ciencias sociales o es más bien un proceso de creación y selección de posibilidades? En este sentido,

¿el papel del científico social es el de describir una realidad existente de forma independiente o el de contribuir a la creación de futuros posibles y creíbles?

La relación entre las creencias de los agentes y la realidad social nos aleja del realismo puro, entendido como la existencia del objeto en forma independiente del observador, y nos acerca más a las posiciones posmodernas y sus concepciones relativas sobre la verdad.

> [Podemos] ver la verdad como, en la frase de James, "lo que es mejor para nosotros creer", en lugar de "la representación precisa de la realidad". O, para expresar el punto de manera menos provocativa, nos muestran que la noción de "representación precisa" es simplemente un cumplido automático y vacío que hacemos a aquellas creencias que logran ayudarnos a hacer lo que queremos hacer (Rorty 1979, 10).

La verdad, con minúscula, jugaría un papel coordinador, pues sería más bien algo que "elegimos creer como verdad" en lugar de una representación precisa de un objeto externo a nosotros. Es precisamente Richard Rorty, uno de los filósofos más importantes del siglo XX, quien más ha profundizado en el rol coordinador y causal de los discursos.

> Rorty rechaza el intento tradicional de definir verdad como correspondencia con la realidad. [La teoría] de la correspondencia asume que el lenguaje es un medio de representación que puede ser comparado con la realidad, pero Rorty argumenta que el lenguaje en sí es una parte de la realidad y su relación con el resto del mundo es causal en lugar de representacional (Staloff 2000, 144).

Hemos podido ver que, si bien los modelos macroeconómicos o de juegos estratégicos destacan la relevancia de las señales para seleccionar uno de los posibles equilibrios, o incluso para generar nuevos, asumen una aparato externo y automático para generarlas. Asimismo, hemos visto que, en los hechos, la información es un hecho social en donde los agentes con intereses concretos cumplen un papel vital. También esto nos acerca a la visión que los filósofos posmodernos tienen sobre la relación entre poder y discurso.

> La "verdad" debe entenderse como un sistema de procedimientos para la producción, regulación, distribución, circulación y funcionamiento de las afirmaciones. La "verdad" está vinculada en una relación circular con los sistemas de poder que la producen y sostienen, y a los efectos del poder que induce y que la prolongan. Un "régimen" de verdad (Foucault 1972, 133).

La capacidad de generar un discurso creíble para una masa crítica de una sociedad humana y, de esta forma, seleccionar el equilibrio al que esta debe dirigirse puede ser una forma operativa de definir el poder y su resiliencia, puesto que se podría determinar el tamaño y tipo de choques exógenos que podría resistir y mantener su capacidad de generar consenso en torno a su discurso.

Reflexiones finales

Muchos pensadores de la Revolución francesa no solo destacaron por su actividad política, sino también por sus contribuciones académicas en ámbitos como la física y la matemática. Admiradores de la Razón, con mayúscula, y conocedores del inmenso potencial del método científico desarrollado en las ciencias duras, no es de extrañar que, al momento de buscar nuevas formas de entender y organizar la sociedad humana, hayan propuesto a la física y la astronomía como ejemplos por seguir, ni que hayan considerado como natural aplicar las herramientas matemáticas a las ciencias sociales. No estaban solos en esta perspectiva, el deslumbramiento que causa el avance de la física y la admiración que provoca su comprensión profunda de la naturaleza tuvieron una transcendental influencia en el desarrollo de la economía como disciplina. El concepto de equilibrio general, importado de la mecánica estática, y el modelo hidráulico de Fisher ([1892] 1926) pueden considerarse el pináculo de esta visión.

El rigor matemático que llevó a la economía a emular las ciencias duras maduró a mediados del siglo XX, de la mano de Arrow y Debreu (1954) con la prueba rigurosa de la existencia del equilibrio general y el teorema de imposibilidad. La siguiente tarea para los teóricos de la economía era caracterizar el equilibrio basándose en los fundamentales (asignaciones iniciales, tecnología y preferencias) y, ojalá, demostrar su unicidad y estabilidad. El teorema de MDS (Mantel 1974; Sonnenschein 1973) dio al traste con esas esperanzas, cuando quedó claro que desde los fundamentales tan solo se

podría concluir que la función de exceso de demanda iba a ser homogénea de grado cero en precios, continua y que cumpliría la ley de Walras. La desazón que este resultado produjo es injustificada porque, en esencia, lo que sucedió fue que el rigor matemático estaba poniendo en evidencia que algo faltaba para caracterizar completamente a los equilibrios.

En primer lugar, es necesario estudiar la dinámica de los mercados cuando están en desequilibrio, es decir, incluir en el modelo de manera explícita los mecanismos que permitirían (si es el caso) que el sistema llegue a un estado de equilibrio oferta-utilización. En segundo lugar, debemos superar la comodidad de los supuestos del subastador walrasiano omnisciente, y buscar que la dinámica del sistema dependa de las decisiones de agentes con conocimiento local (de su entorno). Por supuesto, esto significaría rechazar el supuesto de que las transacciones solo ocurren una vez que se ha alcanzado el vector de precios de equilibrio, así como la facilidad algebraica que da el supuesto estéril del agente representativo. Más aún, si la intuición de Kirman es correcta, todos estos temas están interconectados, por lo que prescindir de este tipo de supuesto podría incluso proporcionar una salida al *anything goes* (cualquier cosa puede pasar) en que se encuentra metida la teoría neoclásica.

> Solo si estamos preparados para desarrollar un paradigma en que los individuos operan en un subconjunto limitado de la economía, son diversos tanto en sus características y en las actividades que realizan, e interactúan directamente entre sí, escapará la economía de la influencia embrutecedora del agente representativo. Dentro de tales modelos puede y debe haber considerable regularidad agregada (Kirman 1992, 134).

La interacción de lo local y lo global puede representarse usando la teoría de redes, en la línea de Baqaae y Farhi (2019a, 2019b, 2019c). Más aún, incluso manteniendo el supuesto de que la economía está en equilibrio, otras líneas de investigación arrojaban luz sobre qué estaba ausente. El efecto que puede tener en un modelo neoclásico, tales como los modelos dinámicos a la Ramsey o de generaciones traslapadas, la introducción de una variable aleatoria que no tiene ninguna dependencia o correlación con los fundamentales es trascendental. Este tipo de variables, conocidas como

manchas solares, permiten obtener la realización de uno de los posibles equilibrios de mercado (que en los modelos dinámicos pueden tener la forma de ciclos aleatorios estacionarios), y los equilibrios dinámicos que antes no existían. Esto ocurre porque la variable aleatoria de manchas solares posibilita coordinar las expectativas de los agentes en forma que es consistente con el concepto de expectativas racionales.

No solo los modelos macroeconómicos apuntaban a la importancia de las expectativas de los agentes y de la multiplicidad que estas podían tener, aún a partir del requerimiento de ser consistentes con la dinámica futura de la economía. De hecho, esta perspectiva es aún más natural en el ámbito de la modelización del comportamiento estratégico. En la teoría de juegos la multiplicidad de los EN fue, también, inicialmente tratada como indeseable, y se buscó reducirla utilizando diferentes tipos de refinamientos. Sin embargo, por esta vía tampoco se obtiene unicidad, en consecuencia, es imprescindible otro concepto para posibilitar la coordinación de los agentes (o, dicho de otro modo, que cada agente tenga conjeturas acertadas sobre lo que los otros harán) y que uno de los EN sea efectivamente realizado. Una vía que permite avanzar en el análisis es el concepto de punto focal propuesto por Schelling (1960), que consiste en un equilibrio que por simple saliencia de algún tipo, se convierte en el punto *obvio* hacia el que convergen las conjeturas y las acciones de los agentes. Este concepto, como muy acertadamente lo señalan Selten, Rubinstein y Van Damme (1999), es un puente natural entre la matematizada teoría económica y el resto de las ciencias sociales, porque la saliencia de un EN se puede deber a diversos tipos de señales, de contenido cultural, de origen en una estructura comunicacional, o simplemente señales que son expresión de poder político.

En una perspectiva más amplia, se puede también considerar señales más complejas, como aquella que contiene información que se revela a un(os) agente(s) y no a otro(s), por lo que es posible obtener resultados de coordinación Pareto superiores a los EN iniciales, en el marco de los equilibrios correlacionados. Este tipo de equilibrios tiene una riqueza teórica que aún está por explorarse, en especial en el campo institucional y político.

Notemos que la señal emitida por un dispositivo (generalmente exógeno al sistema) permite la coordinación de los agentes, en ambos enfoques,

de la teoría de juegos y de la modelización macroeconómica dinámica. El reto teórico es poner el dispositivo en manos de jugadores que, por tanto, tienen sus intereses y actúan en función de ellos. Es decir, estos jugadores son parte de la interacción política dentro de la sociedad.

Por el teorema de imposibilidad de Arrow sabemos que no se puede agregar las preferencias de un grupo humano en un solo conjunto coherente de preferencias, de tal forma que se cumplan requisitos razonables sobre el tipo de agregación, tales como que no sea un mecanismo de decisión dictatorial. En este sentido, sabemos que las características específicas de los mecanismos de decisión colectiva influirán en los resultados. Por supuesto, también la elección e implementación del mecanismo de decisión es un proceso social, dependiente de la distribución del poder político y, a la vez, parte de las dinámicas sociales que distribuyen ese mismo poder político.

Como hemos visto en el marco general de los modelos macroeconómicos donde se presenta el fenómeno de las profecías autocumplidas, algo específico a las sociedades humanas es la relevancia de las expectativas de sus integrantes al definir la trayectoria futura de esas sociedades. Las expectativas definen las decisiones presentes, y, por tanto, el estado actual del sistema. Cuando la sociedad enfrenta bifurcaciones, es decir, trayectorias diversas igualmente consistentes, las expectativas determinan el camino que la sociedad toma, opción que, a su vez, validará las expectativas por tratarse de una ruta consistente. Cuando hablamos de consistencia en los modelos macroeconómicos, nos referimos a trayectorias en las que se cumplen al menos las identidades macroeconómicas básicas y, en modelos más generales, a aquellas que sean incentivo-compatibles a nivel individual. La dinámica de estos sistemas podría mostrar dependencia del camino (*path dependence*) porque, según la trayectoria tomada, la sociedad podría experimentar cambios permanentes, como cuando en el modelo de generaciones traslapadas podemos terminar en un equilibrio con alto o bajo capital, dependiendo de si los agentes esperan una alta o baja tasa de interés.

La influencia de las expectativas de los agentes sobre la trayectoria futura de la sociedad es un tema cuya importancia no puede ser exagerada. En el espíritu de Merton (1948), lo que creemos sobre el futuro afecta el futuro e, incluso, lo puede definir perfectamente como en los modelos neoclásicos

de expectativas racionales con variables de manchas solares. Sin embargo, en términos generales esto no significa que lo que las personas creen se convertirá en realidad inexorablemente. Hay muchos ejemplos de mentiras puras y duras que han sido creídas por una población, sin ninguna posibilidad de validación futura, y que han tenido efectos profundos en las dinámicas de las sociedades. A nuestro entender, la relación entre expectativas y dinámica social futura constituye el tema central de las ciencias sociales. Para abordarlo, será necesario superar la separación entre observador y lo observado que hemos heredado, justamente, de la física y de la astronomía.

A lo largo del libro hemos señalado que, en el marco de los modelos neoclásicos a la Karl Shell, luego de elegida la trayectoria o el equilibrio de entre aquellos posibles y consistentes, las expectativas de los agentes se cumplen. En otras palabras, en cada trayectoria efectivamente realizada al final se trata de modelos de expectativas racionales, lo cual supone un cierto grado de sofisticación de los agentes tanto en su conocimiento de la dinámica del sistema económico como en su capacidad de procesamiento de la información. Esto no significa que desconozcamos las críticas dirigidas a este tipo de racionalidad en los agentes (a las que hemos dedicado varias secciones). Al contrario, se trata de resaltar la necesidad de subsumir el análisis de la economía en una perspectiva social más amplia, conclusión a la que se llega aún dentro de los supuestos neoclásicos.

Para que una creencia tenga efecto no necesariamente tiene que gozar de unanimidad dentro de una sociedad. El número mínimo de creyentes, y su composición, dependerá del caso concreto. Así, si se trata de una corrida bancaria, lo relevante es la comparación de las reservas líquidas del banco con el monto de los retiros de depósitos. Para que este último sea mayor que las primeras, sería suficiente que los pocos grandes depositantes saquen su dinero del banco, o que muchos pequeños lo hagan. Hay una masa crítica de personas que debe creer en uno de los futuros posibles para que ese futuro se haga realidad, y el tamaño y la estructura dentro de las redes sociales (entendidas en el sentido amplio) de dicha masa depende de cada caso. Además, puesto que las señales no provienen de un aparato que las genera de manera automática, en general hay disputa sobre el camino que podría o debe tomar una sociedad. Esto nos lleva a destacar la importancia de incluir en este análisis a

los verdaderos generadores de señales: los medios de comunicación masiva, las redes sociales virtuales y reales, los expertos, los gobiernos, los partidos políticos. Y es vital hacerlo incluyendo lo político, puesto que esas posiciones distintas también reflejan intereses económicos y de poder diversos.

El estudio del procesamiento social de las señales, la interacción entre el flujo de la información y las creencias y las decisiones individuales apenas ha empezado y será potente gracias al inmenso rastro digital que dejan nuestras actividades, deseos y opiniones en las redes sociales, tiendas en línea e internet en general, en un mundo cada vez más conectado digitalmente.

En este sentido, la posible convergencia entre la economía y las ciencias sociales con la biología y las ciencias de la computación es prometedora. La economía y las ciencias sociales aportarán su perspectiva sobre la interacción entre agentes con intereses individuales que actúan en sociedad en consecuencia, al menos relativa, con esos intereses; la biología traerá el conocimiento sobre cómo funcionan otras sociedades no humanas y los procesos internos –tanto genéticos como neuronales y hormonales– que llevan a una acción individual y su interacción evolutiva, y las ciencias de la computación nos aportarán los algoritmos y poder de la computación para procesar y analizar la gran cantidad de información que se registra de la actividad humana y del flujo de información en la sociedad.

La matematización de la teoría económica ha permitido asegurar su coherencia, identificar sus límites y resaltar la necesidad de incorporar elementos políticos e institucionales en el análisis. En este contexto, se ha revelado la importancia crucial de la información para definir la dinámica social. Este enfoque, en nuestra opinión, ha trazado un camino hacia una definición más manejable del poder político que puede ser incorporado en los modelos actuales. Así, la capacidad de generar un discurso creíble para una masa crítica en la sociedad humana se presenta como una forma operativa de definir el poder y su resiliencia. Este poder se podría entender como la capacidad para seleccionar el equilibrio hacia el cual dirigirse, incluso en situaciones de choques exógenos. Al reconocer la interacción entre los aspectos económicos, políticos e institucionales, se puede comprender de manera más completa y precisa la dinámica social y las fuerzas que la gobiernan. Es indispensable el retorno de la economía política.

Referencias

Acemoglu, Daron. 2009. *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Akerlof, George A., y Rachel E. Kranton. 2000. "Economics and Identity". *Quarterly Journal of Economics* CXV (3): 715-753.

— 2016. *Identity Economics: How Our Identities Shape Oue Work, Wages, and Well-Being*. Princeton, NJ: Princeton University Press. https://doi.org/10.1515/9781400834181

Albert Reka, y Albert Barabási. 2002. "Statistical mechanics of complex networks". *Reviews of Modern Physics* 74 (1): 47-97. https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/0106096

Alesina, Alberto, y Eliana La Ferrara. 2005. "Ethnic Diversity and Economic Performance". *Journal of Economic Literature* 43 (3): 762-800. https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/002205105774431243

Amman, Hans M., David. A. Kendrik y John Rust. 2006. *Handbook of Computational Economics.* Vol. 1 y 2. https://www.sciencedirect.com/handbook/handbook-of-computational-economics

Anderson, Philip W. 1972. "More Is Different: Broken Symmetry and the Nature of the Hierarchical Structure of Science". *Science* 177 (4047): 393-396. https://doi.org/10.1126/science.177.4047.393

Anderson, Philip, Kenneth J. Arrow y David Pines. 1988. *The Economy as an Evolving Complex System*. Boca Ratón: CRC Press.

Ariely, Dan, George Loewenstein y Drazen Prelec. 2005. "Tom Sawyer and the Construction of Value". Working papers, Federal Reserve of Boston n.º 5-10. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=774970

Arrow, Kenneth J. 1950. "A Difficulty in the Concept of Social Welfare". *Journal of Political Economy* 58 (4): 328-346. https://doi.org/10.1086/256963

Arrow, Kenneth J., y Gérard Debreu. 1954. "Existence of an Equilibrium for Competitive Economy". *Econometrica* 22 (3): 265-290. https://doi.org/10.2307/1907353

Aumann, Robert J. 1973. "Subjetivity and Correlation in Randomized Strategies". *Journal of Mathematical Economics* 1 (1): 67-96. https://doi.org/10.1016/0304-4068(74)90037-8

— 1995. "Backward induction and common knowledge of rationality". *Games and Economic Behavior* 8 (1): 6-19. https://doi.org/10.1016/S0899-8256(05)80015-6

Azariadis, Costas. 1981. "Self-Fulfilling Prophecies". *Journal of Economic Theory* 396: 380-396. https://doi.org/10.1016/0022-0531(81)90038-7

Baker, Keith. 1975. *Condorcet: From Natural Philosophy to Social Mathematics*. Chicago, IL: University of Chicago Press.

Baqaee, David Rezza, y Emmanuel Farhi. 2019a. "Macroeconomics with Heterogeneous Agents and Input-Output Networks". NBER Working paper 24684. https://scholar.harvard.edu/files/farhi/files/ha-io-main.pdf

— 2019b. "The Macroeconomic Impact of Microeconomic Shocks: Beyond Hulten's Theorem". *Econometrica* 87 (4): 1155-1203. https://doi.org/10.3982/ecta15202

— 2019c. "The Microeconomic Foundations of Aggregate Production Functions". NBER Working Paper 25293. https://www.nber.org/system/files/working_papers/w25293/w25293.pdf

— 2021. "Networks, Barriers, and Trade". NBER Working paper 26108 https://www.nber.org/system/files/working_papers/w26108/w26108.pdf

Basu, Kaushik. 2003. *Prelude to Political Economy*. Oxford: Oxford University Press.

— 2014. "Randomisation, Causality and the Role of Reasoned Intuition". *Oxford Development Studies* 42 (4): 455-472. https://doi.org/10.1080/13600818.2014.961414

Basu, Kaushik. 2018. *The Republic of Beliefs: A New Approach to Law and Economics*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Battigalli, Pierpaolo, y Martin Dufwenberg. 2022. "Belief-Dependent Motivations and Psychological Game Theory". *Journal Economic Literature* 60 (3): 833-882. https://doi.org/10.2139/ssrn.3598771

Becker, Gary S. 1968. "Crime and Punishment: An Economic Approach". *Journal of Political Economy* 76 (2): 169-217. https://doi.org/10.1002/9780470752135.ch25

Becker, Gary S., y Kevin M. Murphy. 2000. "Social Economics: Market Behavior in a Social Environment". *Journal of Institutional and Theoretical Economics* 159 (2): 436-439. https://doi.org/10.1628/0932456032974899

Bentham, Jeremy. (1789) 2017. *An Introduction to the Principles of Morals and Legislation*. https://www.earlymoderntexts.com/assets/pdfs/bentham1780.pdf

Billingsley, Patrick, y John Wiley. 1995. *Probability and Measure*. 3.ª ed. Chicago: The University of Chicago Press.

Bissell, Chris. (2007). "Historical perspectives - The Moniac A Hydromechanical Analog Computer of the 1950s". *IEEE Control Systems Magazine* 27 (1): 69-74. 10.1109/MCS.2007.284511

Blanchard, Oliver Jean, y Stanley Fischer. 1989. *Lectures on Macroeconomics*. Cambridge, MA: MIT Press.

Blaug, Mark. 2007. "The Fundamental Theorems of Modern Welfare Economics, Historically Contemplated". *History of Political Economy* 39 (2): 185-207. https://doi.org/10.1215/00182702-2007-001

Borel, Armand. 1998. "Twenty-Five Years with Nicolas Bourbaki, (1949-1973)". *Notices of the American Mathematical Society* 45 (3): 373-380.

Borges, Jorge Luis, y Octavio Paz. (1982) 2017. "La poesía en nuestro tiempo". Video de Youtube a partir de una grabación en la Capilla Guadalupana del Palacio de Minería, México, D.F. https://www.youtube.com/watch?v=rPz2cZNDNe0&ab_channel=ahervert

Borovkov, Aleksandr. 1994. *Ergodicity and Stability of Stochastic Processes*. Chichester: Wiley.

Boylan, Thomas A., y Paschal F. O'Gorman. 2007. "Axiomatization and Formalism in Economics". *Journal of Economic Surveys* 21 (3): 426-446. https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1467-6419.2007.00509.x

Brainard, William C., y Herbert E. Scarf. 2005. "How to Compute Equilibrium Prices in 1891". *American Journal of Economics and Sociology* 64 (1): 57-83. https://doi.org/10.1111/j.1536-7150.2005.00349.x

Branch, William A., y Bruce McGough. 2018. "Heterogeneous Expectations and Micro-Foundations in Macroeconomics". En *Handbook of Computational Economics*, editado por Cars Hommes y Blake LeBaron, 4: 3-62. https://doi.org/10.1016/bs.hescom.2018.03.001

Burton, David M. 2007. *The History of Mathematics: An Introduction*. 7.ª ed. Nueva York: McGraw-Hill.

Camerer, Colin. 1998. "Bounded Rationality in Individual Decision Making". *Experimental Economics* 1: 163-183. https://link.springer.com/article/10.1023/A:1009944326196

Canard, Nicolas-François. 1801. *Principes d'économie politique*. París: Slatkine Reprints. https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5442p/f3.item

Carrión Álvarez, Miguel, y Dirk Ehnts. 2016. "Samuelson and Davidson on Ergodicity: A Reformulation". *Journal of Post Keynesian Economics* 39 (1): 1-16. https://doi.org/10.1080/01603477.2016.1145062

Cass, David, y Karl Shell. 1983. "Do Sunspots Matter?" *Journal of Political Economy* 91 (2): 193-227. https://doi.org/10.1086/261139

Castells, Manuel. 2009. *Communication Power*. Oxford: Oxford University Press.

Cherrier, Beatrice, y Aurélien Saïdi. 2018. "The Indeterminate Fate of Sunspots in Economics". *History of Political Economy* 50 (3): 425-481. https://doi.org/10.1215/00182702-7023434

Chick, Victoria. 1995. "Is There a Case for Post Keynesian Economics?". *Scottish Journal of Political Economy* 42 (1): 20-36. https://doi.org/10.1111/j.1467-9485.1995.tb01143.x

Cho, Adrian. 2017. "Pioneer of 'nudge' science and explorer of irrational decisions earns economics Nobel". *Science*, 9 de octubre. https://www.science.org/content/article/pioneer-nudge-science-and-explorer-irrational-decisions-earns-economics-nobel

Christiano, Lawrence J., Martin S. Eichenbaum y Mathias Trabandt. 2018. "On DSGE Models". *Journal of Economic Perspectives* 32 (3): 113-140. https://doi.org/10.1257/jep.32.3.113

Coase, Ronald. 1960. "The Problem of Social Cost". *Journal of Law and Economics* 3 (1): 1-44. https://doi.org/10.1086/466560

Cohen, Avi J., y G. C. Harcourt. 2003. "Retrospectives: Whatever Happened to the Cambridge Capital Theory Controversies?" *Journal of Economic Perspectives* 17 (1): 199-214. https://doi.org/10.1257/089533003321165010

Coibion, Olivier, Yuriy Gorodnichenko y Rupal Kamdar. 2018. "The Formation of Expectations, Inflation, and the Phillips Curve". *Journal of Economic Literature* 56 (4): 1447-1491. https://doi.org/10.1257/jel.20171300

Colomer, Josep M. 2013. "Ramon Llull: From 'Ars Electionis' to Social Choice Theory". *Social Choice and Welfare* 40: 317-328. https://doi.org/10.1007/s00355-011-0598-2

Cubitt, Toby S., David Pérez-García y Michael Wolf. 2018. "The Un(Solv) Able Problem". *Scientific American*, 1 de octubre. https://www.scientificamerican.com/article/the-unsolvable-problem/

Davidson, Paul. 2009. "Can Future Systemic Financial Risks Be Quantified? Ergodic vs Nonergodic Stochastic Processes". *Revista de Economía Política* 29 (4): 324-340. https://doi.org/10.1590/S0101-31572009000400001

— 2015. "Keynes's Concept of Uncertainty". *Journal of Post Keynesian Economics* 38 (1): 1-18.

Da-Quan, Jian, Min Qian y Min-Ping Qian. 2004. *Mathematical Theory of Nonequilibrium Steady States*. Serie Lecture Notes in Mathematics. Berlin: Springer.

Dasgupta, Partha, y Eric Maskin. 1998. "On the Robustness of Majority Rule". Working paper, University of Cambridge and Harvard University. https://www.wallis.rochester.edu/assets/pdf/miniconf03/maskin.pdf

Debreu, Gerard. 1970. "Continuous Economies with a Finite Set of Equilibria". *Econometrica* 38 (3): 387-392. https://doi.org/10.2307/1909545

— 1991. "The Mathematization of Economic Theory". *American Economic Association* 81 (1): 1-7. https://www.jstor.org/stable/2006785

DeMiguel, Víctor, Lorenzo Garlappi y Raman Uppal. 2009. "Optimal Versus Naïve Diversification: How Inefficient Is the 1/N Portfolio Strategy?". *Review of Financial Studies* 22 (5): 1915-1953. https://doi.org/10.1093/rfs/hhm075

Diamond, Peter. 1965. "National debt in a neoclassical growth model". *American Economic Review* 55 (5): 1126-1150. http://piketty.pse.ens.fr/files/Diamond1965.pdf

Diamond, Douglas, y Philip Dybvig. 1983. "Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity". *Journal of Political Economy* 91 (3): 401-419. https://www.jstor.org/stable/1837095

Doctor, Jason N., Peter P. Wakker y Tong V. Wang. 2020. "Economists' Views on the Ergodicity Problem". *Nature Physics* 16 (12): 1168. https://doi.org/10.1038/s41567-020-01106-x

Doria, Francisco. 2017. *The Limits of Mathematical Modeling in the Social Sciences*. Londres: World Scientific.

Dow, Sheila C. 2005. "Axioms and Babylonian Thought: A Reply". *Journal of Post Keynesian Economics* 27 (3): 385-391. https://doi.org/10.1080/01603477.2005.11051453

Drakopoulos, Stavros A. 2022. "The Conceptual Resilience of the Atomistic Individual in Mainstream Economic Rationality". *Review of Political Economy* 84 (1): 1-20. https://doi.org/10.1080/09538259.2022.2144721

Duarte, Pedro Garcia. 2009. "The Growing of Ramsey's Growth Model". *History of Political Economy* 41 (SUPPL.1): 161-181. https://doi.org/10.1215/00182702-2009-022

Durlauf, Steven N. 2007. "An Interview with Costas Azariadis". *Macroeconomic Dynamics* 11: 249-271. DOI: https://doi.org/10.1017/S1365100507050390

Düppe, Till, y Roy Weintraub. 2014. *Finding Equilibrium: Arrow, Debreu, McKenzie and the Problem of Scientific Credit*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Easley, David, y Jon Kleinberg. 2010. *Networks, Crowds and Markets*. Cambridge: Cambridge University Press.

Edgeworth, Ysidro. 1893. "Mathematical Investigations in the Theory of Value and Prices, by Dr. Irving Fisher" (reseña). *The Economic Journal* 3 (9): 108-112. https://www.jstor.org/stable/2956053

Evans, George W., y Seppo Honkapohja. 2001. *Learning and Expectations in Macroeconomics*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Farmer, J. Doyne. 2013. "Hypotheses Non Fingo: Problems with the Scientific Method in Economics". *Journal of Economic Methodology* 20 (4): 377-385. https://doi.org/10.1080/1350178X.2013.859408

Farmer, Roger. 2020. "The Importance of Beliefs in Shaping Macroeconomic Outcomes". *Oxford Review of Economic Policy* 36 (3): 675-711. https://doi.org/10.1093/oxrep/graa041

Ferguson, Charles. 2010. "The director of 'Inside Job' replies". *Financial* Times, 14 de octubre. https://web.archive.org/web/20120117210534/http://blogs.ft.com/economistsforum/2010/10/the-director-of-inside-job-replies/

Fiore, Annamaria. 2009. "Experimental Economics: Some Methodological Notes". https://www.researchgate.net/publication/23779663_Experimental_Economics_Some_Methodological_Notes

Fisher, Irving. (1892) 1926. *Mathematical Investigation in the Theory of Value and Prices*. New Heaven, CT: Yale University Press.

— 1907. "Why Has the Doctrine of Laissez Faire Been Abandoned?" *Science* 25 (627): 18-27. https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/17739703/

Fontana, Giuseppe, y Bill Gerrard. 2004. "A Post Keynesian theory of decision making under uncertainty". *Journal of Economic Psychology* 25 (5): 619-637. https://doi.org/10.1016/j.joep.2003.11.001

Forbes, George. (1909) 2010. *History of Astronomy*. París: Nabu Press.

Foucault, Michel. 1972. *Power and Knowledge: Selected Interviews and Other Writings, 1972-1977*. Edición de Colin Gordon. Nueva York: Pantheon Books.

Friedman, Milton. 1966. "The Methodology of Positive Economics". En *The Philosophy of Economics: An Anthology*, editado por Daniel Hausman: 145-178. Cambridge: Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511819025.010

Galbraith, John Kenneth. 1983. *The Anatomy of Power*. Londres: Hamish Hamilton.

Galesic, Mirta, Henrik Olsson, Jonas Dalege, Tamara Van Der Does y Daniel L. Stein. 2021. "Integrating Social and Cognitive Aspects of Belief Dynamics: Towards a Unifying Framework". *Journal of the Royal Society Interface* 18 (176). https://doi.org/10.1098/rsif.2020.0857

Galor, Oded. 2022. *The Journey of Humanity*. Hialeah, FL: Dutton.

Gehrlein, W. V. 2002. "Condorcet's Paradox and the Likelihood of Its Occurrence: Different Perspectives on Balanced Preferences". *Theory and Decision* 52 (2): 171-199. https://doi.org/10.1023/A:1015551010381

Giles, Jim. 2012. "Computational social science: Making the Links". *Nature* 488: 448-450. https://www.nature.com/articles/488448a

Girard, René. 1978. "Interview: René Girard". *Diacritics* 8 (1): 31-54. https://doi.org/10.2307/464818

Grandmont, Jean Michel. 1998. "Expectations Formation and Stability of Large Socioeconomic Systems". *Econometrica* 66 (4): 741-781. https://doi.org/10.2307/2999573

Grandmont, Jean Michel, y, Alan Kirman. 1996. "Aggregation, Learning and Rationality". En *Economics in a Changing World*, Serie International Economic Association Series, editado por Beth Allen, 63-89. Londres: Palgrave Macmillan. https://doi.org/10.1007/978-1-349-25168-1_3

Grofman, Bernard, Guillermo Owen y Scott L. Feld. 1983. "Thirteen Theorems in Search of the Truth". *Theory and Decision* 15 (1): 261-278. https://doi.org/10.1007/BF00125672

Haavelmo, Trygve. 1944. "The Probability Approach in Econometrics". *Econometrica* 12 (suplemento): iii-vi; 1-115. https://doi.org/10.2307/1906935

Hamilton, James. 1994. *Time Series Analysis*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Harari, Yuval Noah. 2011. *Sapiens: A Brief History of Humanity*. Nueva York: Harper.

Hart, Sergiu, y Andreu Mas-Colell. 2000. "A Simple Adaptive Procedure Leading to Correlated Equilibrium". *Econometrica* 68 (5): 1127-1150.

Hassler, Uwe. 2017. "Ergodic for the Mean". *Economics Letters* 151: 75-78. https://doi.org/10.1016/j.econlet.2016.12.013.

Heifetz, Aviad. 2004. "Rational Ritual: Culture, Coordination, and Common Knowledge: A Review". *The Economic Journal* 114 (493): 146-147. https://doi.org/10.1111/j.0013-0133.2004.191_4.x

Hendtlass, Mathew, y Nazar Miheisi. 2016. "On the Construction of General Equilibria in a Competitive Economy". *Arvix*. https://doi.org/10.48550/arXiv.1611.02534

Herman, Edward S., y Noam Chomsky. 2008. *Manufacturing Consent: The Political Economy of the Mass Media* [*Los guardianes de la libertad*]. Londres: The Bodley Head.

Hicks, John. 1939. *Value and Capital*. Oxford: Clarendon Press.

Hobbes, Thomas. (1651) 2008. *Leviathan*. Oxford: Oxford University. Press.

Hommes, Cars. 2021. "Behavioral and Experimental Macroeconomics and Policy Analysis: A Complex Systems Approach". *Journal of Economic Literature* 59 (1): 149-219. https://doi.org/10.1257/jel.20191434

Hong, Chew Soo, Mark Ratchfor y Jacob S. Sagi. 2018. "You Need to Recognize Ambiguity to Avoid It". *The Economic Journal* 128 (614): 2480-2506. https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/ecoj.12541

Hotelling, Harold. 1931. "The Economics of Exhaustible Resources". *Journal of Political Economy* 39 (2): 137-175. https://doi.org/10.1086/254195

Hosoya, Yuhki. 2016. "On First-Order Partial Differential Equations: An Existence Theorem and Its Applications." *Advances in Mathematical Economics* 20: 77-87. https://doi.org/10.1007/978-981-10-0476-6_3

Jevons, William Stanley. (1871) 1965. *The Theory of Political Economy*. Nueva York: Reprints of Economical Classics. https://cdn.mises.org/The%20Theory%20of%20Political%20Economy_2.pdf

Johnston, Christopher D., y Andrew O. Ballard. 2016. "Economists and Public Opinion: Expert Consensus and Economic Policy Judgments". *The Journal of Politics* 78 (2): 443-456. https://doi.org/10.1086/684629

Kaplan, Greg, y Giovanni L. Violante. 2018. "Microeconomic Heterogeneity and Macroeconomic Shocks". *Journal of Economic Perspectives* 32 (3): 167-194. https://doi.org/10.1257/jep.32.3.167

Kay, John, y Merving King. 2020. *Radical Uncertainty*. Wicklow: The Bridge Street Press.

Keynes, John Maynard (1936) 2012. *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Nueva York: Cambridge University Press.

Kirman, Alan P. 1992. "Whom or What Does the Representative Individual Represent?" *Journal of Economic Perspectives* 6 (2): 117-136. https://doi.org/10.1257/jep.6.2.117

Kirman, Alan P. 2010. "Walras' Unfortunate Legacy". Documento de trabajo n.º 2010-58, HAL Id: halshs-00545181, GREQAM, Université Paul Cézanne, EHESS, IUF. https://shs.hal.science/halshs-00545181/document

Klebaner, Fima C. 2005. *Introduction to Stochastic Calculus with Applications*. 2.ª ed. Londres: World Scientific. https://doi.org/10.1142/P386

Kydland, Finn, y Edward Prescott. 1982. "Time to Build and Aggregate Fluctuations". *Econometrica* 50 (6): 1345-1370. https://doi.org/10.2307/1913386

Lamb, Jeroen S. W., y John A. G. Roberts. 1998. "Time-Reversal Symmetry in Dynamical Systems: A Survey." *Physica D: Nonlinear Phenomena* 112 (1-2): 1-39. https://doi.org/10.1016/S0167-2789(97)00199-1.

Landini, Simone, Mauro Gallegati y J. Barkley Rosser. 2018. "Consistency and Incompleteness in General Equilibrium Theory". *Journal of Evolutionary Economics* 30: 205-230. https://doi.org/10.1007/s00191-018-0580-6

Laplace, Pierre Simon. 1951. *A Philosophical Essay on Probabilities*. Dover: Dover Publications.

Lavoie, Marc. 2014. *Post-Keynesian Economics. New Foundations*. Cheltenham: Edward Elgar.

Levin, Jonathan. 2006. "General Equilibrium". Documento de trabajo, Universidad de Stanford. https://web.stanford.edu/~jdlevin/Econ%20202/General%20Equilibrium.pdf

Livingston, Paisley. 1994. "What Is Mimetic Desire?". *Philosophical Psychology* 7 (3): 291-305. https://doi.org/10.1080/09515089408573125.

Lucas, Robert E. 1986. "Adaptive Behavior and Economic Theory". *The Journal of Business* 59 (4): 401-426. https://www.jstor.org/stable/pdf/2352771.pdf

Lucas, Robert E. 1990. "Why Doesn't Capital Flow from Rich to Poor Countries?" *American Economic Review* 80 (2): 92-96. https://www.jstor.org/stable/2006549

Lull, Ramón. c. 1274-1283. "Artifitium electionis personarum" [El método de elección de personas]. https://www.math.uni-augsburg.de/htdocs/emeriti/pukelsheim/llull/CodCus83/index-en.html

Lull, Ramón. c. 1283. "En qual manera Natana fo eleta a abadessa" [En qué forma Natana fue electa abadesa]. https://www.math.uni-augsburg.de/htdocs/emeriti/pukelsheim/llull/CodCus83/index-en.html

— 1299. "De arte electionis" [Sobre el método de las elecciones]. https://www.math.uni-augsburg.de/htdocs/emeriti/pukelsheim/llull/CodCus83/index-en.html

Majumdar, Mukul. 2009. *Organizations with Incomplete Information. A Tribute to Roy Radner*. Cambridge: Cambridge University Press.

Majumdar, Mukul, y Roy Radner. 2020. "Uncertainty and General Equilibrium". En *The New Palgrave Dictionary of Economics*, editado por Matias Vernengo, Esteban Perez Caldentey, Barkley Rosser, 1-18. Londres: Plagrave Macmillan.

Mantel, Rolf. 1974. "On the characterization of aggregate excess demand". *Journal of Economic Theory* **7** (3): 348-353. https://doi.org/10.1016/0022-0531(74)90100-8

Mas-Colell, Andreu, Michael Whinston y Jerry Green. 1995. *Microeconomic Theory*. Oxford: Oxford University Press.

Maskin, Eric, y Amartya Sen. 2014. *The Arrow Impossibility Theorem*. Nueva York: Columbia University Press.

Mckenzie, Lionel W. 1954. "On the Existence of General Equilibrium for a Competitive Market". *Econometrica* 27 (1): 54-71. https://www.jstor.org/stable/1907777

Menger, Carl. (1871) 2007. *Principles of Economics.* Alabama: Ludwig von Mises Institute. https://cdn.mises.org/principles_of_economics.pdf

Merton, Robert K. 1948. "The Self-Fulfilling Prophecy". *The Antioch Review* 8 (2): 193-210. https://doi.org/10.2307/4609267

Metaphysics Repository. 2020. "Feynman on the social sciences". Video de YouTube. https://youtu.be/zkFPCTwPlkU

Mill, John Stuart. (1872). 2020. *The Logic of the Moral Sciences*. Nueva York: Dover Publications.

Mirowski, Philip. 1989. *More Heat than Light*. Cambridge: Cambridge University Press.

Mitchell, Melanie. 2009. *Complexity: A Guided Tour*. Oxford: Oxford University Press.

Mookherjee, Dilip, y Debraj Ray. 2003. "Persistent Inequality". *The Review of Economic Studies* 70 (2): 369-393. https://doi.org/10.1111/1467-937X.00248

Morishima, Michio. 1984. "The Good and Bad Uses of Mathematics". En *Economics in Disarray*, editado por Peter John de la Fosse Wiles y Guy Routh, 51-73. Oxford: Basil Blackwell.

Murphy, Kevin M., Andrei Shleifer y Robert W. Vishny. 1989. "Industrialization and the Big Push". *Journal of Political Economy* 97 (5): 1003-1026. https://doi.org/10.1086/261641

Muth, John F. 1961. "Rational Expectations and the Theory of Price Movements". *Econometrica* 29 (3): 315-335. https://doi.org/10.2307/1909635

Nakagawa, Ryuichi. 2015. "Learnability of an Equilibrium with Private Information". *Journal of Economic Dynamics and Control* 59: 58-74. https://doi.org/10.1016/j.jedc.2015.06.010.

Nasar, Sylvia. 2011. *Grand Pursuit*. Nueva York: Simon & Schuster.

Nash, John F. Jr. 1950. "Equilibrium points in n-person games". *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 36 (1): 48-49. https://doi.org/10.1073/pnas.36.1.48

Newton, Roger G. 2007. *From Clockwork to Crapshoot: A History of Physics*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Nozick, Robert. 1974. *Anarchy, State and Utopia*. Oxford: Blackwell Publishing Limited.

Orléan, André. 2013. "Individual Judgments, Social Values, and Mimetic Interactions". Working paper. Institute for New Economic Thinking. https://www.ineteconomics.org/research/research-papers/individual-judgments-social-values-and-mimetic-interactions

Osborne, Martin J., y Ariel Rubinstein. 1994. *A Course in Game Theory*. Cambridge, MA: MIT Press.

Pérez-Oviedo, Wilson. 2015. "Externalidades de la mano de obra calificada y estados estacionarios múltiples en una economía abierta pequeña". *Trimestre Económico* 82 (4): 787-806. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-718X2015000400787

Perlick , Volker. 2000. *Ray Optics, Fermat's Principle, and Applications to General Relativity*. Berlin: Springer.

Peters, Ole. 2019. "The Ergodicity Problem in Economics". *Nature Physics* 15 (12): 1216-1221. https://doi.org/10.1038/s41567-019-0732-0

Peters, Ole, y Alexander Adamou. 2021. "The Time Interpretation of Expected Utility Theory", 1-8. http://arxiv.org/abs/1801.03680

Peters, Ole, y Murray Gell-Mann. 2016. "Evaluating Gambles Using Dynamics". *Chaos* 26 (2). https://doi.org/10.1063/1.4940236

Piketty, Thomas. 2020. *Capital and Ideology*. Cambridge: Harvard University Press.

Qi, Jinshan, Xun Liang, Yi Wang y Hengchao Cheng. 2018. "Discrete Time Information Diffusion in Online Social Networks: Micro and Macro Perspectives". *Scientific Reports* 8 (1): 1-15. https://doi.org/10.1038/s41598-018-29733-8

Quine, Willard Van Orman. 1953. *From a Logical Point of View*. *Nine Logico Philosophical Essays*. Harvard: Harvard University Press.

Radner, Roy. 1968. "Competitive Equilibrium under Uncertainty". *Econometrica* 36 (1): 31-58.

Ramsey, Frank. 1928. "A Mathematicas Theory of Saving" [Una teoría matemática del ahorro]. *The Economic Journal* 38 (152): 543-559. https://doi.org/10.2307/2224098

Rizvi, S. Abu Turab. 2006. "The Sonnenschein-Mantel-Debreu Results after Thirty Years". *History of Political Economy* 38 (Suppl 1): 228-245. https://doi.org/10.1215/00182702-2005-024

Robbins, Lionel. 1932. *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science*. Londres: MacMillan

Rojo, Alberto, y Anthony Bloch. 2018. *The Principle of Least Action.* Cambridge: Cambridge University Press.

Romer, David. 2003. "Misconceptions and Political Outcomes". *Economic Journal* 113 (484): 1-20. https://doi.org/10.1111/1468-0297.00092

Romer, David. 2019. *Advanced Macronomics*. 5.ª ed. Nueva York: McGraw Hill.

Romer, Paul M. 2015. "Mathiness in the Theory of Economic Growth". *American Economic Review* 105 (5): 89-93. https://doi.org/10.1257/aer.p20151066

Roncaglia, Alessandro. 2006. *La riqueza de las ideas*. *Una historia del pensamiento económico.* Zaragoza: Prensas Universitarias de Zaragoza.

Rorty, Richard. 1979. *Philosophy and the Mirror of Nature*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Rosenstein-Rodan, Paul. 1943. "Problems of Industrialisation of Eastern and South-Eastern Europe". *The Economic Journal* 53 (210/211): 202-211. https://doi.org/10.2307/2226317

Ross, Sheldon, y Erol Pekoz. 2007. *A Second Course in Probability*. Boston: Probability Book Store.

Rousseau, Jean-Jacques. (1762) 2004. *El contrato social*. Madrid: Biblioteca Edaf.

Russell, Bertrand. 1938. *Power. A New Social Analysis*. Crows Nest, Australia: George Allen & Unwin.

Samoylenko, I. D. Aleja, E. Primo, K. Alfaro-Bittner, E. Vasilyeva, K. Kovalenko, D. Musatov, A. M. Raigorodskii, R. Criado, M. Romance, D. Papo, M. Perc B. Barzel y and S. Boccaletti. 2023. "Why Are There Six Degrees of Separation in a Social Network?". *Physical Review X* 13 (2), 021032.

Samuelson, Paul A. 1958. "An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money". *Journal of Political Economy* 66 (6): 467-482. https://doi.org/10.1086/258100

— 1966. "A Summing Up". *Quarterly Journal of Economics* 80 (4): 568-583. https://doi.org/10.2307/1882916

— 1989. "Gibbs and Economics". In *Proceedings of the Gibbs Symposium*, editado por Daniel G. Caldi y George Mostow, 255-267. Rhode Island: American Mathematical Society.

Sapolsky, Robert. 2017. *Compórtate*. Zaragoza: Titivillus.

Sargent, Thomas J. 2015. "Robert E. Lucas Jr.'s Collected Papers on Monetary Theory". *Journal of Economic Literature* 53 (1): 43-64. https://doi.org/10.1257/jel.53.1.43

Sargent, Thomas J. 2020. "Rational Expectations". En *The New Palgrave Dictionary of Economics*, 1-7. https://doi.org/10.1057/978-1-349-95121-5

Sargent, Thomas J., y Neil Wallace. 1975. "'Rational' Expectations, the Optimal Monetary Instrument, and the Optimal Money Supply Rule". *Journal of Political Economy* 83 (2): 241-254.

Schelling, Tomas C. 1960. *The Strategy of Conflict*. Harvard: Harvard University Press.

Schofield, Philip. 2006. *Utility and Democracy: The Political Thought of Jeremy Bentham*. Oxford: Oxford University Press.

Schumpeter, Joseph. 1954. *History of Economic Analysis*. Routledge: Taylor & Francis.

Selten, Reinhard, Ariel Rubinstein y Eric Van Damme. 1999. "Nash Equilibrium and the History of Economic Theory". *Journal of Economic Literature* XXXVII (septiembre): 1067-1082. https://home.uchicago.edu/rmyerson/research/jelnash.pdf

Sen, Amartya. 2017. *Collective Choice and Social Welfare: An Expanded Edition*. Harvard: Harvard University Press.

Shell, Karl. 1971. "Notes on the Economics of Infinity". *Journal of Political Economy* 79: 1002-1011. https://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/259811

Shiller, Robert J. 2020. "Expectations". En *The New Palgrave Dictionary of Economics*, 1-11. https://doi.org/10.1057/978-1-349-95121-5

Slovic, Paul. 1995. "The Construction of Preference". *American Psychologist* 50 (5): 364-371.

Solow, Robert M. 1970. *Growth Theory: An Exposition*. Oxford: Oxford University Press.

Smith, Adam. (1776) 1976. *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. Oxford: Oxford University Press.

Sondermann, Dieter. 2006. *Introduction to Stochastic Calculus for Finance a New Didactic Approach*. Berlin: Springer.

Sonnenschein, Hugo F. 1973. "Do Walras' identity and continuity characterize the class of community excess demand functions?". *Journal of Economic Theory* 6 (4): 345-354. https://doi.org/10.1016/0022-0531(73)90066-5

Spiegel, Murray, Seymour Lipschutz y Dennis Spellman. 2009. *Vector Analysis*. 2.ª ed. Nueva York: McGraw Hill.

Staloff, Darren. 2000. "Rorty's Neo-Pragmatism". In *Great Minds of the Western Intelectual Tradition*, editado por Darren Stallof, 7:144-156. Chantilly (VA): Teaching Company.

Stark, Werner, ed. 1952. *Jeremy Bentham's Economic Writings*. Vol. 1. Londres: Routledge.

Stearns, Stephen C. 2000. "Daniel Bernoulli (1738): Evolution and Economics under Risk". *Journal of Biosciences* 25 (3): 221-228. https://doi.org/10.1007/BF02703928

Stigler, George J., y Claire Friedland. 1962. "What Can Regulators Regulate? The Case of Electricity". *The Journal of Law & Economics* 5: 1-16. https://www.jstor.org/stable/725003

Stiglitz, Joseph E. 1974. "The Cambridge-Cambridge Controversy in the Theory of Capital; A View from New Haven". *Journal of Political Economy* 82 (4): 893-903. https://www.jstor.org/stable/1837157

— 2015. "The Media and Crisis: An Information Theoretic Approach". En *The Media and Financial Crisis*, editado por Steve Schifferes y Richard Roberts, 140-152. Londres: Routledge.

— 2017. "Toward a Taxonomy of Media Capture". En *In the Service of Power: Media Capture and the Threat to Democracy*, editado por Anya Schiffrin, 9-17. Washington: Center for International Media Assistance.

— 2018. "Where Modern Macroeconomics Went Wrong". NBER Working paper 23795. National Bureau of Economic Research, Cambridge, MA. https://doi.org/10.3386/w23795

Stigum, Bernt P. 1990. *Toward a Formal Science of Economics: The Axiomatic Method in Economics and Econometrics*. Cambridge, MA: MIT Press.

Susskind, Leonard, y George Hrabovsy. 2013. *The Theoretical Minimum: What You Need to Know to Start Doing Physics*. Nueva York: Basic Books.

Swartz, David. 2013. *Symbolic power, politics, and intellectuals: The political sociology of Pierre Bourdieu.* Chicago: The University of Chicago Press.

Tangian, Andranik S. 2000. "Unlikelihood of Condorcet's Paradox in a Large Society". *Social Choice and Welfare* 17 (2): 337-365. https://doi.org/10.1007/s003550050024

Terren, Ludovic, y Rosa Borge. 2021. "Echo Chambers on Social Media: A Systematic Review of the Literature". *Review of Communication Research* 9 (mayo): 1-39. https://doi.org/10.12840/ISSN.2255-4165.028

Torkel, Franzén. 2005. *Gödel's Theorem: An Incomplete Guide to its Use and Abuse*. Wellesley: A K Peters.

Turchin, Valentin Fedorovich. 1977. *The Phenomenon of Science*. Nueva York: Columbia University Press.

Tversky, Amos. 1975. "A Critique of Expected Utility Theory: Descriptive and Normative Considerations". *Erkenntnis* 9 (2): 163-173. https://doi.org/10.1007/BF00226380

Ulph, David. 2014. "Keeping up with the Joneses: Who Loses Out?" *Economics Letters* 125 (3): 400-403. https://doi.org/10.1016/j.econlet.2014.10.029

Van Damme, Erik. 1983. *Refinements of the Nash Equilibrium Concept*. Berlín: Springer-Verlag.

Van Deemen, Adrian. 2014. "On the Empirical Relevance of Condorcet's Paradox". *Public Choice* 158 (3-4): 311-330. https://doi.org/10.1007/s11127-013-0133-3

Velupillai, Kumaraswamy Vela. 2005. "The Unreasonable Ineffectiveness of Mathematics in Economics". *Cambridge Journal of Economics* 29 (6): 849-872. https://doi.org/10.1093/cje/bei084

— 2011. "Towards an Algorithmic Revolution in Economic Theory". *Journal of Economic Surveys* 25 (3): 401-430. https://doi.org/10.1111/j.1467-6419.2011.00684.x

— 2013. *Computable Economics*. Oxford: Oxford University Press.

Von Neumann, John, y Oskar Morgenstern. 1944. *Theory of Games and Economic Behavior* [Teoría de juegos y comportamiento económico]. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Walras, Léon. 1874. *Éléments d'économie politique pure.* París: L. Corbaz & Cía. https://acortar.link/y1Ndwt

Weintraub, Roy. 2002. *How Economics Became a Mathematical Science*. Durham: Duke University Press Books.

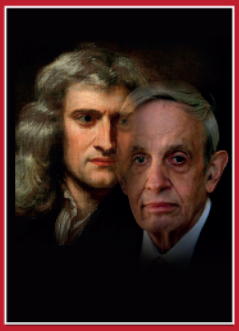
Wigner, Eugene P. 1960. "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences. Richard Courant Lecture in Mathematical Sciences". *Communications on Pure and Applied Mathematics* 13 (1): 1-14. https://doi.org/10.1002/cpa.3160130102

Woodford, Michael. 1990. "Learning to Believe in Sunspots". *Econometrica* 58 (2): 277-307. https://doi.org/10.2307/2938205

— 2009. "Convergence in Macroeconomics: Elements of the New Synthesis". *American Economical Journal* 1 (1): 267-279. https://doi.org/10.1257/mac.1.1.267

Zach, Richard. 2006. "Hilbert's Program Then and Now". En *Handbook of the Philosophy of Science*, editado por Dale Jacquette, 5: 411-447. Ámsterdam: Elsevier.

Zhou, Fan, Xovee Xu, Goce Trajcevski y Kunpeng Zhang. 2021. "A Survey of Information Cascade Analysis: Models, Predictions, and Recent Advances". *ACM Computing Surveys* 54 (2). https://doi.org/10.1145/3433000



Wilson Pérez Oviedo hace un examen crítico de la evolución y las limitaciones de la corriente principal de la disciplina económica. Destaca como ésta se ha inspirado en la física y ha adoptado las matemáticas como su lenguaje, hasta el punto de tratar de cimentarse en la axiomatización y la formalización. Debido al rigor de lo formal, este proceso ha develado los límites de la misma teoría, que pueden resumirse en la multiplicidad e indeterminación de los equilibrios en sus modelos.

El análisis tiene como eje la interacción entre las acciones y decisiones individuales frente a los procesos de decisión y agregación colectiva. El autor analiza el papel fundamental que juegan las expectativas de las personas en definir la dinámica social y en el fracaso de las expectativas racionales como propuesta teórica para entenderlas. Su planteamiento consiste en retomar la concepción del individuo como ser social, cuyas preferencias y expectativas determinan y son determinadas por su entorno social. Así se lograría tender un puente hacia las otras ciencias sociales. Plantea también entender el papel de la multiplicidad de los equilibrios y resolver la indeterminación. Argumenta que, dentro de los límites que impone la consistencia macroeconómica y la compatibilidad de los incentivos, y ante la multiplicidad de senderos que se bifurcan en el futuro, lo que los humanos creen se hace realidad.

ISBN: 978-9978-67-664-6

Editorial FLACSO Ecuador